

§ 1. Numerički redovi

Konvergenција numeričkog reda

U zadacima 2727 — 2736 za svaki red: 1) naći zbir S_n prvih n članova reda, 2) dokazati konvergenciju reda neposredno na osnovu definicije konvergencije, i 3) naći zbir S reda.

$$2727^*. \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

$$2728. \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots$$

$$2729. \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \dots$$

$$2730. \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} + \dots$$

$$2731. \frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{3 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+5)} + \dots$$

$$2732. \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$$

$$2733. \frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} + \dots$$

$$2734. \frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} + \dots$$

$$2735. \frac{1}{9} + \frac{2}{225} + \dots + \frac{n}{(2n-1)^2(2n+1)^2} + \dots$$

$$2736. \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8} + \dots + \operatorname{arctg} \frac{1}{2 \cdot n^2} + \dots$$

U zadacima 2737 — 2753 pitanje konvergencije datih redova rešiti primenom teoreme o upoređivanju redova.

$$2737. \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot 2^{2n-1}} + \dots$$

$$2738. \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4} + \dots + \sin \frac{\pi}{2^n} + \dots$$

$$2739. 1 + \frac{1+2}{1+2^2} + \dots + \frac{1+n}{1+n^2} + \dots$$

$$2740. \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+4)} + \dots$$

$$2741. \frac{2}{3} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n+1}{(n+2)n} + \dots$$

$$2742. \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \dots + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4n} + \dots$$

$$2743. \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n^2+1} + \dots$$

$$2744. \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{3n-1} + \dots$$

$$2745. \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \dots + \frac{1}{\ln(n+1)} + \dots$$

$$2746. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2-4n+5}.$$

$$2747. \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2.$$

$$2748. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}.$$

$$2749. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5}}.$$

$$2750. \sum_{n=1}^{n=\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}).$$

$$2751. \sum_{n=1}^{n=\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4+1}}.$$

$$2752. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}).$$

$$2753. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n+1}).$$

U zadacima 2754 — 2762 dokazati konvergenciju datih redova pomoću Dalamberova kriterijuma.

$$2754. \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots + \frac{1}{(2n+1)!} + \dots$$

$$2755. \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$$

$$2756. \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \dots + n \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}} + \dots$$

$$2757. \frac{2}{1} + \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \dots + \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (4n-3)} + \dots$$

$$2758. \frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{n^2}{3^n} + \dots$$

$$2759. \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 6} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{3^n \cdot n!} + \dots$$

$$2760. \sin \frac{\pi}{2} + 4 \sin \frac{\pi}{4} + \dots + n^2 \sin \frac{\pi}{2^n} + \dots$$

$$2761. \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!} + \dots$$

$$2762. \frac{2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{(n+1)!}{2^n \cdot n!} + \dots$$

U zadacima 2763 — 2766 dokazati konvergenciju datih redova pomoću Košijeva kriterijuma.

$$2763. \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln^2 3} + \dots + \frac{1}{\ln^n (n+1)} + \dots$$

$$2764. \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^4 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n + \dots$$

$$2765. \arcsin 1 + \arcsin^2 \frac{1}{2} + \dots + \arcsin^n \frac{1}{n} + \dots$$

$$2766. \frac{2}{3} + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{9} + \dots + \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n} + \dots$$

U zadacima 2767 — 2770 pitanje konvergencije datih redova rešiti pomoću integralnog kriterijuma konvergencije.

$$2767. \frac{1}{2 \ln^2 2} + \frac{1}{3 \ln^2 3} + \dots + \frac{1}{(n+1) \ln^2 (n+1)} + \dots$$

$$2768. \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \dots + \frac{1}{n \ln n} + \dots$$

$$2769. \left(\frac{1+1}{1+1^2}\right)^2 + \left(\frac{1+2}{1+2^2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1+n}{1+n^2}\right)^2 + \dots$$

$$2770. \sum_{n=2}^{n=\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$$

U zadacima 2771 — 2784 ispitati koji od datih redova konvergiraju, a koji divergiraju.

$$2771. \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1}} + \dots$$

$$2772. 1 + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n}{2n-1} + \dots$$

$$2773. \sqrt{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots + \sqrt{\frac{n+1}{n}} + \dots$$

$$2774. 1 + \frac{4}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{n^2}{n!} + \dots$$

$$2775. 2 + \frac{5}{8} + \dots + \frac{n^2+1}{n^3} + \dots$$

$$2776. \frac{1}{1001} + \frac{2}{2001} + \dots + \frac{n}{1000n+1} + \dots$$

$$2777. \frac{1}{1+1^2} + \frac{2}{1+2^2} + \dots + \frac{n}{1+n^2} + \dots$$

$$2778. \frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2n-1}{3^n} + \dots$$

$$2779. \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{2} + \dots + \operatorname{arctg}^n \frac{1}{n} + \dots$$

$$2780. 2 + \frac{4}{16} + \dots + \frac{2^n}{n^4} + \dots$$

$$2781. \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(5n-4)(4n-1)} + \dots$$

$$2782. \frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \dots + \frac{3^n}{n \cdot 2^n} + \dots$$

$$2783. 1 + \frac{1 \cdot 2}{2^2} + \dots + \frac{n!}{n^n} + \dots$$

$$2784^*. \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4} + \dots + \sin \frac{\pi}{2n} + \dots$$

U zadacima 2785 — 2789 dokazati svaku od relacija pomoću reda čiji je opšti član data funkcija.

$$2785. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0.$$

$$2786. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{a^n} = 0 \quad (a > 1).$$

$$2787. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n)!} = 0.$$

$$2788. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^2} = 0.$$

$$2789. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}} = 0$$

Redovi sa proizvoljnim članovima. Apsolutna konvergencija

U zadacima 2790 — 2799 ispitati koji od datih redova konvergira apsolutno, koji neapsolutno, a koji divergira.

$$2790. 1 - \frac{1}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1} + \dots$$

$$2791. 1 - \frac{1}{3^3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3} + \dots$$

$$2792. \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n+1)} + \dots$$

$$2793. \frac{\sin \alpha}{1} + \frac{\sin 2\alpha}{4} + \dots + \frac{\sin n\alpha}{n^2} + \dots$$

$$2794. \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n} + \dots$$

$$2795. 2 - \frac{3}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n} + \dots$$

$$2796. -1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \dots + (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots$$

$$2797. \frac{1}{2} - \frac{8}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n} + \dots$$

$$2798. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}.$$

$$2799. \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2^{n^2}}{n!} (-1)^{n+1}.$$

2800. Pokazati da ako redovi $\sum_{n=1}^{n=\infty} a_n^2$ i $\sum_{n=1}^{n=\infty} b_n^2$ konvergiraju, onda red

$\sum_{n=1}^{n=\infty} a_n b_n$ apsolutno konvergira.

2801. Pokazati da ako red $\sum_{n=1}^{n=\infty} a_n$ apsolutno konvergira, onda i red

$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{n+1}{n} a_n$ takođe apsolutno konvergira.

§ 2. Funkcionalni redovi

Konvergenција funkcionalnih redova

U zadacima 2802 — 2816 odrediti. oblast konvergencije datih redova.

2802. $1 + x + \dots + x^n + \dots$

2803. $\ln x + \ln^2 x + \dots + \ln^n x + \dots$

2804. $x + x^4 + \dots + x^{n^2} + \dots$

2805. $x + \frac{x^2}{2^2} + \dots + \frac{x^n}{n^2} + \dots$

2806. $x + \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{x^n}{\sqrt{n}} + \dots$

2807. $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x^2} + \dots + \frac{1}{1+x^n} + \dots$

2808. $2x + 6x^2 + \dots + n(n+1)x^n + \dots$

2809. $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2+\sqrt{2}} + \dots + \frac{x^n}{n+\sqrt{n}} + \dots$

2810. $\frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^4} + \dots + \frac{x^n}{1+x^{2^n}} + \dots$

2811. $\sin \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{4} + \dots + \sin \frac{x}{2^n} + \dots$

2812. $x \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} \frac{x}{4} + \dots + x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n} + \dots$

2813. $\sin x + \frac{\sin 2x}{2^2} + \dots + \frac{\sin nx}{n^2} + \dots$

2814. $\frac{\cos x}{e^x} + \frac{\cos 2x}{e^{2x}} + \dots + \frac{\cos nx}{e^{nx}} + \dots$

1815. $e^{-x} + e^{-4x} + \dots + e^{-n^2x} + \dots$

2816. $\frac{x}{e^x} + \frac{2x}{e^{2x}} + \dots + \frac{nx}{e^{nx}} + \dots$

Uniformna konvergencija

U zadacima 2817 — 2820 uveriti se da dati redovi uniformno konvergiraju na svoj x -osi.

$$2817. \quad 1 + \frac{\sin x}{1!} + \dots + \frac{\sin nx}{n!} + \dots$$

$$2818. \quad \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2 [1 + (nx)^2]}$$

$$2819. \quad \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\sin nx}{2^n}$$

$$2820. \quad \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{e^{-n^2 x^2}}{n^2}$$

2821. Pokazati da red $\frac{1}{1 + [\varphi(x)]^2} + \frac{1}{4 + [\varphi(x)]^2} + \dots$ konvergira uniformno u svakom intervalu u kojem je funkcija $\varphi(x)$ definisana.

2822. Pokazati da red

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+2x}} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}\sqrt{1+nx}} + \dots + \frac{1}{n^2 + [\varphi(x)]^2} + \dots$$

uniformno konvergira na celom pozitivnom delu x -ose ($0 \leq x < \infty$). Koliko treba uzeti članova da bi se za svako $x \geq 0$ zbir reda mogao izračunati sa tačnošću do 0,001?

$$2823*. \quad \text{Pokazati da red } \frac{\ln(1+x)}{x} + \frac{\ln(1+2x)}{2x^2} + \dots + \frac{\ln(1+nx)}{nx^n} + \dots$$

uniformno konvergira u svakom intervalu $1 + \omega \leq x < \infty$, gde je ω ma koji pozitivan broj. Uveriti se da je za svako x iz intervala $[2; 100]$ dovoljno uzeti osam članova reda da bi se dobio zbir reda sa tačnošću do 0,01.

2824. Pokazati da red $\sum_{n=1}^{n=\infty} x^n (1-x^n)$ konvergira uniformno u intervalu $[0, 1]$.

$$2825. \quad \text{Funkcija } f(x) \text{ definisana je jednačinom } f(x) + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\cos nx}{10^n}.$$

Pokazati da je funkcija $f(x)$ definisana i neprekidna za svako x . Naći $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ i $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$. Uveriti se da za izračunavanje približne vrednosti funkcije $f(x)$ za bilo koje x sa tačnošću do 0,001 dovoljno je uzeti tri člana reda. Naći sa ovom tačnošću $f(1)$ i $f(-0,2)$.

2826. Funkcija $f(x)$ definisana je ovako

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{1+(x+n\omega)^2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{1+(x-n\omega)^2} \quad (\omega > 0).$$

Pokazati da je ova funkcija definisana i neprekidna za svako x , i da je uz to periodična sa (osnovnim) periodom ω .

Integriranje i diferenciranje redova

2827. Pokazati da red $x^2 + x^6 + \dots + x^{4n-2} + \dots$ uniformno konvergira u svakom intervalu $-1 + \omega \leq x \leq 1 - \omega$, gde je ω bilo koji pozitivan broj manji od jedinice. Integracijom datog reda naći u intervalu $(-1, 1)$ zbir reda

$$\frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{4n-1}}{4n-1} + \dots$$

2828. Naći zbir reda

$$x + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{4n-3}}{4n-3} + \dots$$

2829. Naći zbir reda

$$\frac{x^2}{1 \cdot 2} - \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)} + \dots$$

2830. Funkcija $f(x)$ definisana je ovako:

$$f(x) = e^{-x} + 2e^{-2x} + \dots + ne^{-nx} + \dots$$

Pokazati da je ona neprekidna na celom pozitivnom delu x -ose. Izračunati

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx.$$

2831. Funkcija $f(x)$ definisana je ovako:

$$f(x) = 1 + 2 \cdot 3x + \dots + n \cdot 3^{n-1} x^{n-1} + \dots$$

Pokazati da je ona neprekidna u intervalu $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. Izračunati $\int_0^{0,125} f(x) dx$.

2832*. Funkcija $f(x)$ definisana je ovako:

$$f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{x}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \operatorname{tg} \frac{x}{2^n} + \dots$$

Izračunati $\int_{\pi/6}^{\pi/2} f(x) dx$ uverivši se prethodno da je funkcija $f(x)$ neprekidna u datom intervalu integracije.

2833*. Funkcija $f(x)$ definisana je redom: $f(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^4 + x^2}$. Pokazati

da je ona neprekidna na svojoj brojnoj osi. Izračunati $\int_0^{\infty} f(x) dx$.

2834. Polazeći od relacije: $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$ naći zbir reda:

$$1) 1 - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3n-2} + \dots, \quad 2) 1 - \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{4n-3} + \dots$$

2835. Polazeći od relacije: $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^{n+1}} = \frac{1}{n 2^n}$ naći zbir reda

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2^2} + \dots + \frac{1}{n 2^n} + \dots$$

2836. Polazeći od relacije $\int_0^{\pi/2} \cos^{2n} x \, dx = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(2n-1)(2n-3)\dots 3 \cdot 1}{2n(2n-2)\dots 4 \cdot 2}$

naći zbir reda

$$\frac{1}{2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \dots 2n} + \dots$$

2837. Uveriti se da red

$$\frac{\sin 2\pi x}{2} + \frac{\sin 4\pi x}{4} + \dots + \frac{\sin 2^n \pi x}{2^n} + \dots$$

uniformno konvergira na svoj brojnoj osi. Pokazati da se ovaj red ne može integrisati član po član ni u kom intervalu.

2838. Polazeći od jednakosti

$$1 + x + x^2 + \dots = \frac{1}{1-x} \quad (|x| < 1),$$

naći zbirove redova

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} + \dots \quad \text{i} \quad 1 + 3x + \dots + \frac{n(n+1)}{2} x^{n-1} + \dots$$

i pokazati da red $1 + 2x + \dots + nx^{n-1} + \dots$ uniformno konvergira u intervalu $[-\rho, \rho]$, pri čemu je $|\rho| < 1$.

2839. Pokazati da za $-1 < x < 1$ važi jednakost

$$\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1+x^2} + \dots + \frac{mx^m}{1+x^m} + \dots = \frac{1}{1-x},$$

gde je $m = 2^{n-1}$.

2840. Uveriti se da funkcija y definisana redom

$$x + x^2 + \frac{x^3}{2!} + \dots + \frac{x^n}{(n-1)!} + \dots,$$

zadovoljava diferencijalnu jednačinu $xy' = y(x+1)$.

§ 3. Potencijalni (stepeni) redovi

Razvijanje funkcija u potencijalne redove

2841. Razviti funkciju $\ln x$ u Tajlorov red u okolini tačke $x=1$ (za $x_0=1$).

2842. Razviti funkciju $\sqrt{x^3}$ u Tajlorov red u okolini tačke $x=1$.

2843. Razviti funkciju $\frac{1}{x}$ u Tajlorov red u okolini tačke $x=3$.

2844. Razviti funkciju $\sin \frac{\pi x}{4}$ u Tajlorov red u okolini tačke $x=2$.

U zadacima 2845 — 2849 razviti date funkcije u Tajlorov red u okolini tačke $x=0$. (Maklorenov red.)

2845. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. 2846. $y = x^2 e^x$. 2847. $y = \cos(x + \alpha)$.

2848. $y = e^x \sin x$. 2849. $y = \cos x \operatorname{ch} x$.

U zadacima 2850 — 2854 naći prvih pet članova Tajlorova reda za date funkcije u okolini tačke $x=0$,

2850. $y = \ln(1 + e^x)$. 2851. $y = e^{\cos x}$. 2852. $y = \cos^n x$.

2853. $y = -\ln \cos x$. 2854. $y = (1+x)^x$.

U zadacima 2855 — 2868 razviti date funkcije u okolini tačke $x=0$ koristeći obrasce za razvijanje funkcija e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ i $(1+x)^m$ u Tajlorov red.

2855. $y = e^{2x}$. 2856. $y = e^{-x^2}$ 2857. $y = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{za } x \neq 0, \\ 1 & \text{za } x = 0. \end{cases}$

2858. $y = \begin{cases} \frac{e^{x^3} - e^{-x^3}}{2x^3} & \text{za } x \neq 0, \\ 1 & \text{za } x = 0. \end{cases}$ 2859. $y = \sin \frac{x}{2}$.

2860. $y = \cos^2 x$. 2861. $y = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{za } x \neq 0, \\ 1 & \text{za } x = 0. \end{cases}$

2862. $y = (x - \operatorname{tg} x) \cos x$.

2863. $y = \ln(10 + x)$. 2864. $y = x \ln(1 + x)$.

2865. $y = \sqrt{1 + x^2}$. 2866. $y = \sqrt[3]{8 - x^3}$.

2867. $y = \frac{1}{\sqrt[4]{1 + x^3}}$. 2868. $y = \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$.

2869. Razviti u Tajlorov red funkciju $\frac{1+x}{(1-x)^3}$ u okolini tačke $x=0$;

koristeći dobijeni rezultat naći zbir reda $1 + \frac{4}{2} + \dots + \frac{n^2}{2^{n-1}} + \dots$.

2870. Koristeći razvijanje funkcija u Tajlorov red naći vrednosti:

1) sedmog izvoda funkcije $\frac{x}{1+x^2}$ za $x=0$.

2) petog izvoda funkcije $x^2 \sqrt{1+x}$ za $x=0$,

3) desetog izvoda funkcije $x^6 e^x$ za $x=0$,

4) krivine krive $y = x[\sqrt[4]{(1+x)^4} - 1]$ u koordinatnom početku.

U zadacima 2871 — 2877, koristeći razvijanje funkcija u Tajlorov red, izračunati granične vrednosti izraza:

$$2871. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(\sqrt{1+x^2} - x)}{x^3}. \quad 2872. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\operatorname{tg} x - \sin x) - x^3}{x^5}.$$

$$2873. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2) + \ln(1-x+x^2)}{x(e^x - 1)}.$$

$$2874. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]. \quad 2875. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right).$$

$$2876. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\operatorname{ctg} x}{x} \right). \quad 2877. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 + \cos x}{x^3 \sin x} - \frac{3}{x^4} \right).$$

Interval konvergenције

U zadacima 2878 — 2889 naći intervale konvergenције potencijalnih redova.

$$2878. 10x + 100x^2 + \dots + 10^n x^n + \dots$$

$$2879. x - \frac{x^2}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + \dots$$

$$2880. x + \frac{x^2}{20} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} + \dots$$

$$2881. 1 + x + \dots + n! x^n + \dots$$

$$2882. 1 + 2x^2 + \dots + 2^{n-1} x^{2(n-1)} + \dots$$

$$2883. x - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1) \cdot (2n-1)!} + \dots$$

$$2884. 1 + 3x + \dots + (n-1) 3^{n-1} x^{n-1} + \dots$$

$$2885. \frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^n}{n(n+1)} + \dots$$

$$2886. x + \frac{(2x)^2}{2!} + \dots + \frac{(nx)^n}{n!} + \dots \quad \text{Pri ispitivanju konvergenције na des-$$

nom kraju intervala uzeti u obzir da faktorijeli velikih brojeva mogu biti izraženi približno pomoću Stirlingove formule:

$$n! \approx \left(\frac{n}{e} \right)^n \sqrt{2\pi n}.$$

$$2887. x + 4x^2 + \dots + (nx)^n + \dots$$

$$2888. \frac{\ln 2}{2} x^2 + \frac{\ln 3}{3} x^3 + \dots + \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1} + \dots$$

$$2889. 2x + \left(\frac{9}{4}x\right)^2 + \dots + \left[\left(\frac{n+1}{n}\right)^n x\right]^n + \dots$$

2890. Funkciju $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$ razviti u Tajlorov red u okolini tačke $x=0$ polazeći od relacije

$$\ln(x + \sqrt{1+x^2}) = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

i odrediti interval konvergencije dobijenog reda.

2891. Funkciju $\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ razviti u Tajlorov red u okolini tačke $x=0$ polazeći od relacije

$$\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \int_0^x \frac{dx}{1-x^2},$$

i odrediti interval konvergencije dobijenog reda.

2892. Funkciju $\ln[(1+x)^{1+x}] + \ln[(1-x)^{1-x}]$ razviti u Tajlorov red u okolini tačke $x=0$ i odrediti interval konvergencije dobijenog reda.

2893. Funkciju $(1+x)e^{-x} - (1-x)e^x$ razviti u Tajlorov red u okolini tačke $x=0$ i odrediti interval konvergencije dobijenog reda. Koristeći dobijeni rezultat naći zbir reda

$$\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \dots + \frac{n}{(2n+1)!} + \dots$$

§ 4. Neke primene Tajlorova reda

Izračunavanje približnih vrednosti funkcija

2894. Izračunati približnu vrednost $\sqrt[e]{e}$ uzimajući tri člana Tajlorova reda funkcije e^x i oceniti grešku.

2895. Izračunati približnu vrednost $\sin 18^\circ$, uzimajući tri člana Tajlorova reda funkcije $\sin x$, i oceniti grešku.

2896. Izračunati približnu vrednost $\sqrt[4]{10}$, uzimajući četiri člana Tajlorovog reda funkcije $(1+x)^m$, i oceniti grešku.

U zadacima 2897 — 2904 koristeći razvijanje funkcija e^x , $\sin x$ i $\cos x$ u Tajlorov red izračunati vrednosti navedenih izraza.

2897. e^2 sa tačnošću do 0,001.

2898. \sqrt{e} sa tačnošću do 0,001.

2899. $\frac{1}{e}$ sa tačnošću do 0,0001.

2900. $\frac{1}{\sqrt{e}}$ sa tačnošću do 0,0001.

2901. $\sin 1^\circ$ sa tačnošću do 0,0001.

2902. $\cos 1^\circ$ sa tačnošću do 0,001.

2903. $\sin 10^\circ$ sa tačnošću do 0,00001.

2904. $\cos 10^\circ$ sa tačnošću do 0,0001.

U zadacima 2905 — 2911 koristeći razvijanje funkcije $(1+x)^m$ u Tajlorov red izračunati navedene korene sa tačnošću do 0,001.

2905. $\sqrt[3]{30}$. 2906. $\sqrt[3]{70}$. 2907. $\sqrt[3]{500}$. 2908. $\sqrt[3]{1,015}$.

2909. $\sqrt[5]{250}$. 2910. $\sqrt[3]{129}$. 2911. $\sqrt[10]{1027}$.

U zadacima 2912 — 2914 koristeći razvijanje u Tajlorov red funkcije $\ln \frac{1+x}{1-x}$ izračunati vrednosti datih izraza.

2912. $\ln 3$ sa tačnošću do 0,0001.

2913. $\lg e = \frac{1}{\ln 10}$ sa tačnošću do 0,000001.

2914. $\lg 5$ sa tačnošću do 0,0001.

Rešavanje jednačina

2915. Data je jednačina $xy + e^x = y$. Koristeći metod neodređenih koeficijenata razviti funkciju y u Tajlorov red po stepenima od x . Zadatak rešiti i na drugi način — određivanjem koeficijenata Tajlorovog reda uzastopnim diferenciranjem.

2916. Data je jednačina $\ln(1+x) - xy = y$. Koristeći metod neodređenih koeficijenata razviti funkciju y u Tajlorov red po stepenima od x . Zadatak rešiti i na drugi način — određivanjem koeficijenata Tajlorovog reda uzastopnim diferenciranjem.

U zadacima 2917 — 2919 rešiti date jednačine po y (naći eksplicitan izraz za y) pomoću Tajlorova reda — na dva načina: metodom neodređenih koeficijenata i uzastopnim diferenciranjem.

2917. $y^3 + xy = 1$ (naći tri člana reda).

2918. $2 \sin x + \sin y = x - y$ (naći dva člana reda).

2919. $e^x - e^y = xy$ (naći tri člana reda).

Integracija funkcija

U zadacima 2920 — 2929 date integrale predstaviti u obliku reda razvijanjem u red podintegralnih funkcija; odrediti intervale konvergencije dobijenih redova.

2920. $\int \frac{\sin x}{x} dx$. 2921. $\int \frac{\cos x}{x} dx$. 2922. $\int \frac{e^x}{x} dx$.

$$2923. \int \frac{e^x}{x^2} dx. \quad 2924. \int_0^x e^{-x^2} dx. \quad 2925. \int_0^x \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx.$$

$$2926. \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}. \quad 2927. \int_0^x \sqrt{1+x^3} dx. \quad 2928. \int_0^x \frac{dx}{1-x^9}.$$

$$2929. \int_0^x \frac{\sqrt{2+x^4}-1}{x^2} dx.$$

U zadacima 2930 — 2934 izračunati približne vrednosti datih određenih integrala uzimajući navedeni broj članova reda podintegralne funkcije, i utvrditi granicu greške.

$$2930. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{x} dx \quad (3 \text{ člana}). \quad 2931. \int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx \quad (3 \text{ člana}).$$

$$2932. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \quad (2 \text{ člana}). \quad 2933. \int_{0,1}^1 \frac{e^x}{x} dx \quad (6 \text{ članova}).$$

$$2934. \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} x^3 \operatorname{arctg} x dx \quad (2 \text{ člana}).$$

U zadacima 2935 — 2938 izračunati vrednosti datih integrala sa tačnošću do 0,001.

$$2935. \int_{0,1}^{0,2} \frac{e^{-x}}{x^3} dx. \quad 2936. \int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx. \quad 2937. \int_0^{0,8} x^{10} \sin x dx.$$

$$2938. \int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^4}.$$

2939. Pokazati da u intervalu $(-0,1; 0,1)$ razlika između funkcijâ

$$\int_0^x e^{-x^2} dx \text{ i } \operatorname{arctg} x - \frac{x^5}{10} \text{ ne prelazi } 0,0000001.$$

2940. Koristeći identitet $\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239}$ izračunati vrednost broja π sa deset pouzdanih cifara.

2941. Funkciju $y = e^{-x^2} \int_0^x e^{-x^2} dx$ razviti u Tajlorov red na dva načina: neposrednim izračunavanjem uzastopnih izvoda za $x=0$, i množenjem redova.

2942*. Izračunati vrednost integrala $\int_0^1 x^x dx$.

2943. Izračunati $\int_0^{0,5} e^{\sin x} dx$ sa tačnošću do 0,0001.

2944. Izračunati $\int_0^{\pi/6} \sqrt{\cos x} dx$ sa tačnošću do 0,001.

2945. Izračunati površinu ograničenu krivom $y^2 = x^3 + 1$, ordinatnom osom i pravom $x = \frac{1}{2}$, sa tačnošću do 0,001.

2946*. Izračunati površinu ovala $x^4 + y^4 = 1$ sa tačnošću do 0,01.

2947. Izračunati dužinu luka krive $25y^2 = 4x^5$ od njene povratne tačke („šiljka“) do preseka sa parabolom $5y = x^2$ — sa tačnošću do 0,0001.

2948. Izračunati dužinu luka jednog svoda sinusoide $y = \sin x$ sa tačnošću do 0,001.

2949. Figura koju obrazuju kriva $y = \operatorname{arctg} x$, apscisna osa i prava $x = \frac{1}{2}$, obrće se oko apscisne ose; izračunati zapreminu obrtnog tela sa tačnošću do 0,001.

2950. Figura koju obrazuju krive $y^3 - x^3 = 1$, $4y + x^3 = 0$, prava $y = \frac{1}{2}$ i ordinatna osa, obrće se oko ordinatne ose; izračunati zapreminu obrtnog tela sa tačnošću do 0,001.

2951. Izračunati sa tačnošću do 0,001 koordinate težišta luka hiperbole $y = \frac{1}{x}$ između tačaka sa apscisama $x_1 = \frac{1}{4}$ i $x_2 = \frac{1}{2}$.

2952. Izračunati sa tačnošću do 0,01 koordinate težišta krivolinijskog trapeza ograničenog krivom $y = \frac{1}{\ln x}$, pravama $x = 1,5$ i $x = 2$, i apscisnom osom.

REZULTATI

2727*. $S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$, $S = 1$. Predstaviti svaki član reda u obliku zbira od dva sabirka.

2728. $S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$, $S = \frac{1}{2}$.

2729. $S_n = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3n+1} \right)$, $S = \frac{1}{3}$.

2730. $S_n = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \right)$, $S = \frac{11}{18}$.

2731. $S_n = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+3} + \frac{1}{2n+5} \right)$, $S = \frac{23}{90}$.

2732. $S_n = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right]$, $S = \frac{1}{4}$.

2733. $S_n = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2^n} - \frac{1}{2 \cdot 3^n}$, $S = \frac{3}{2}$.

2734. $S_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $S = 1$. 2735. $S_n = \frac{1}{8} \left[1 - \frac{1}{(2n+1)^2} \right]$, $S = \frac{1}{8}$.

2736. $S_n = \arctg \frac{n}{n+1}$, $S = \frac{\pi}{4}$.

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 2737. Konvergira. | 2738. Konvergira. | 2739. Divergira. |
| 2740. Konvergira. | 2741. Divergira. | 2742. Divergira. |
| 2743. Konvergira. | 2744. Divergira. | 2745. Divergira. |
| 2746. Konvergira. | 2747. Konvergira. | 2748. Divergira. |
| 2749. Konvergira. | 2750. Divergira. | 2751. Konvergira. |
| 2752. Konvergira. | 2753. Divergira. | 2767. Konvergira. |
| 2768. Divergira. | 2769. Konvergira. | 2770. Konvergira. |
| 2771. Konvergira. | 2772. Divergira. | 2773. Divergira. |
| 2774. Konvergira. | 2775. Divergira. | 2776. Divergira. |
| 2777. Divergira. | 2778. Konvergira. | 2779. Konvergira. |
| 2780. Divergira. | 2781. Konvergira. | 2782. Divergira. |
| | | 2783. Konvergira. |

2784*. Divergira. Primeniti nejednakost $\sin x > \frac{2}{\pi} x$ za $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 2790. Konvergira, ali ne apsolutno. | 2791. Apsolutno konvergira. |
| 2792. Konvergira, ali ne apsolutno. | 2793. Apsolutno konvergira. |
| 2794. Apsolutno konvergira. | 2795. Divergira. |
| 2797. Apsolutno konvergira. | 2796. Konvergira, ali ne apsolutno. |
| 2798. Konvergira, ali ne apsolutno. | |

2799. Divergira. 2802. $-1 < x < 1$. 2803. $\frac{1}{e} < x < e$.

2804. $-1 < x < 1$. 2805. $-1 < x < 1$. 2806. $-1 < x < 1$.
 2807. $x < -1$ i $x > 1$. 2808. $-1 < x < 1$. 2809. $-1 < x < 1$.

2810. $x \neq \pm 1$. 2811. Za sve vrednosti x . 2812. $-2 < x < 2$.

2813. Za sve vrednosti x . 2814. $x > 0$. 2815. $x > 0$. 2816. $x > 0$.

2822. 11 članova. 2823*. Primeniti nejednakost $\ln(1+\alpha) < \alpha$.

2825. $f(0) = \frac{1}{9}$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{101}$; $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{44}{1001}$; $f(1) = 0,049$; $f(-0,2) = 0,108$.

2827. $\frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} - \frac{1}{2} \arctg x$ 2828. $\frac{1}{2} \arctg x + \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x}$.

2829. $(x+1) \ln(x+1) - x$. 2830. $\frac{1}{2}$. 2831. 0,2.

2832*. $\ln \frac{3}{2}$. Iskoristiti relaciju $\cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \dots \cos \frac{x}{2^n} \dots = \frac{\sin x}{x}$.

2833*. $\frac{\pi^3}{12}$. Iskoristiti obrazac $\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

2834. 1) $\frac{1}{3} \left(\ln 2 + \frac{\pi}{\sqrt{3}} \right)$; 2) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\ln(1+\sqrt{2}) + \frac{\pi}{2} \right]$. 2835. $\ln 2$.

2836. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

2837. Dati red se ne može diferencirati član po član ni u kakvom intervalu. Zaista, opšti član izvodnog reda ima oblik $\pi \cos(2^n \pi x)$. Ma koliko bio mali interval (α, β) i ma gde on ležao na brojnoj osi uvek će se unutar njega naći brojevi oblika $\frac{k}{2^N}$ pri čemu je k ceo, a N dovoljno veliki ceo pozitivan broj; međutim, za $x = \frac{k}{2^N}$ izvodni red divergira pošto za sve $n > N$ njegovi članovi imaju vrednost π .

2838. $\frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(1-x)^3}$.

2841. $(x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{(x-1)^n}{n} + \dots$

2842. $1 + \frac{3}{2} \left[(x-1) + \frac{1}{2} \frac{(x-1)^2}{2!} - \frac{1}{2^2} \frac{(x-1)^3}{3!} + \dots \right.$

$\left. \dots + (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-5)}{2^{n-1}} \frac{(x-1)^n}{n!} + \dots \right]$.

2843. $\frac{1}{3} \frac{x-3}{9} + \frac{(x-3)^2}{27} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{(x-3)^{n-1}}{3^n} + \dots$

2844. $1 - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \frac{(x-2)^2}{2!} + \dots + (-1)^{n+1} \left(\frac{\pi}{4}\right)^{2n-2} \frac{(x-2)^{2n-2}}{(2n-2)!} + \dots$

2845. $1 + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \dots$

2846. $x^2 + \frac{x^3}{1!} + \frac{x^4}{2!} + \dots + \frac{x^{n+1}}{(n-1)!} + \dots$

$$2847. \cos \alpha \left[1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \dots \right] - \\ - \sin \alpha \left[x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots \right].$$

$$2848. x + x^2 + \frac{2x^3}{3!} - \frac{4x^5}{5!} + \dots + \sqrt{2^n} \sin \frac{\pi n}{4} \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$2849. 1 - \frac{4x^4}{4!} + \frac{4^2 x^8}{8!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{4^{n-1} x^{4(n-1)}}{(4n-4)!} + \dots$$

$$2850. \ln 2 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} - \frac{x^4}{192} + \dots$$

$$2851. e \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{6} + \dots \right), \quad 2852. 1 - \frac{nx^2}{2} + \frac{3n^2 - 2n}{24} x^4 + \dots$$

$$2853. \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \dots \quad 2854. 1 + x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{5x^4}{6} + \dots$$

$$2855. 1 + 2x + \frac{(2x)^2}{2!} + \dots + \frac{(2x)^{n-1}}{(n-1)!} + \dots$$

$$2956. 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2(n-1)}}{(n-1)!} + \dots$$

$$2857. 1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{n!} + \dots$$

$$2858. 1 + \frac{x^4}{3!} + \frac{x^{12}}{5!} + \dots + \frac{x^{4(n-1)}}{(2n-1)!} + \dots$$

$$2859. \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 \cdot 3!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{2^{2n-1} (2n-1)!} + \dots$$

$$2860. 1 - \left[x^2 - \frac{(2x)^4}{2 \cdot 4!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!} + \dots \right].$$

$$2861. 1 - \frac{x^2}{3!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2(n-1)}}{(2n-1)!} + \dots$$

$$2862. -\frac{2x^3}{3!} + \frac{4x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{2nx^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

$$2863. \ln 10 + \left[\frac{x}{10} - \frac{x^2}{2 \cdot 10^2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n \cdot 10^n} + \dots \right].$$

$$2864. x^2 - \frac{x^3}{2} + \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n} + \dots$$

$$2865. 1 + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-3) x^{2n}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n-2) 2n} + \dots \right].$$

$$2866. 2 - 2 \left[\frac{1}{3} \left(\frac{x}{2} \right)^3 - \frac{2}{3 \cdot 6} \left(\frac{x}{2} \right)^6 - \dots \right. \\ \left. \dots + (-1)^{n+1} \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-4)}{3^n \cdot n!} \left(\frac{x}{2} \right)^{3n} + \dots \right].$$

$$2867. 1 - \left[\frac{1}{3} x^3 - \frac{1 \cdot 4}{3^2 \cdot 2!} x^6 + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 4 \dots (3n-2)}{3^n \cdot n!} x^{3n} + \dots \right].$$

$$2868. x^2 + \left[\frac{1}{2} x^4 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^6 + \dots + \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2^n \cdot n!} x^{2n+2} + \dots \right].$$

$$2869. 1 + 2^2 x + \dots + n^2 x^{n-1} + \dots. S = 12.$$

$$2870. 1) -7!, 2) \frac{105}{16}, 3) \frac{10!}{4!} \text{ i } 4) \frac{8}{3}.$$

$$2871. \frac{1}{6}. \quad 2872. \frac{1}{4}. \quad 2873. 1. \quad 2874. \frac{1}{2}. \quad 2875. \frac{2}{3}. \quad 2876. \frac{1}{3}.$$

$$2877. \frac{1}{60}. \quad 2878. -\frac{1}{10} < x < \frac{1}{10}. \quad 2879. -1 < x < 1.$$

$$2880. -10 < x < 10. \quad 2881. x = 0. \quad 2882. -\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2883. -\infty < x < \infty. \quad 2884. -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}. \quad 2885. -1 < x < 1.$$

$$2886. -\frac{1}{e} < x < \frac{1}{e}. \quad 2887. x = 0. \quad 2888. -1 < x < 1.$$

$$2889. -\frac{1}{e} < x < \frac{1}{e}. \quad 2890. x - \frac{1 \cdot x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} - \dots$$

$$\dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-3)}{2^{n-1} (n-1)!} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots (-1 < x < 1).$$

$$2891. x + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots (-1 < x < 1).$$

$$2892. x^2 + \frac{x^4}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^{2n}}{n(2n-1)} + \dots (-1 < x < 1).$$

$$2893. 4 \left(\frac{x^3}{3!} + \frac{2x^5}{5!} + \dots + \frac{nx^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \right) (-\infty < x < \infty), \frac{1}{2e}.$$

2894. 1,39 grešk je manja od 0,01.

2895. 0,3090, greška je manja od 0,0001.

2896. 2,154, greška je manja od 0,0001.

2897. 7,389. 2898. 1,649. 2899. 0,3679. 2900. 0,7788.

2901. 0,0175. 2902. 1,000. 2903. 0,17365. 2904. 0,9848.

2905. 3,107. 2906. 4,121. 2907. 7,937. 2908. 1,005.

2909. 3,017. 2910. 5,053. 2911. 2,001. 2912. 1,0986.

2913. 0,434294. 2914. 0,6990.

$$2915. 1 + 2x + \frac{15}{2} x^2 + \dots + \left[2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{(n-1)!} \right] x^{n-1} + \dots$$

$$2916. x - \frac{3}{2} x^2 + \frac{11}{6} x^3 - \dots + (-1)^{n+1} \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] x^n + \dots$$

$$2917. 1 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^3}{81} + \dots \quad 2918. -\frac{x}{2} + \frac{5x^3}{32} + \dots$$

$$2919. x - x^2 + 2x^3 + \dots$$

$$2920. C + x - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!} + \dots \quad (-\infty < x < \infty).$$

$$2921. C + \ln|x| - \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^4}{4 \cdot 4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n \cdot (2n)!} + \dots \quad (-\infty < x < 0 \text{ i } 0 < x < \infty).$$

$$2922. C + \ln|x| + x + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot n!} \quad (-\infty < x < 0 \text{ i } 0 < x < \infty).$$

$$2923. C - \frac{1}{x} + \ln|x| + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3!} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot (n+1)!} + \dots \quad (-\infty < x < 0 \text{ i } 0 < x < \infty).$$

$$2924. x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)(n-1)!} + \dots \quad (-\infty < x < \infty).$$

$$2925. x - \frac{x^3}{3^2} + \frac{x^5}{5^2} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)^2} + \dots \quad (-1 < x < 1).$$

$$2926. x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{5} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{9} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-3)}{2^{n-1} (n-1)!} \frac{x^{2n-1}}{4n-3} + \dots \quad (-1 < x < 1).$$

$$2927. x + \frac{1}{2} \frac{x^4}{4} - \frac{1}{2 \cdot 4} \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-5)}{2^{n-1} (n-1)!} \frac{x^{3n-2}}{3n-2} + \dots \quad (-1 < x < 1).$$

$$2928. x + \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^{19}}{19} + \dots + \frac{x^{9n-8}}{9n-8} + \dots \quad (-1 < x < 1).$$

$$2929. \frac{1}{4} \frac{x^3}{3} - \frac{3}{4 \cdot 8} \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{3 \cdot 7 \dots (4n-5)}{4^n \cdot n!} \frac{x^{4n-1}}{4n-1} + \dots \quad (-1 < x < 1).$$

2930. 0,3230, greška je manja od 0,0001.

2931. 0,24488, greška je manja od 0,00001.

2932. 0,4971, greška je manja od 0,0001. 2933. 3,518, greška je manja od 0,001.

2934. 0,012, greška je manja od 0,001. 2935. 32,831. 2936. 0,487. 2937. 0,006.

2938. 0,494. 2940. 3,141592654.

$$2941. x + \frac{2}{1 \cdot 3} x^3 + \frac{2^2}{1 \cdot 3 \cdot 5} x^5 + \dots + \frac{2^{n-1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)} x^{2n-1} + \dots$$

2942*. $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n^n} + \dots$ Predstaviti x^x u obliku $e^{x \ln x}$ i razviti u red po stepenima od $x \ln x$, pa integrisati izraz oblika $x^n \ln^n x$.

2943. 0,6449. 2944. 0,511. 2945. 1,015.

2946*. Obrazac $S = 4 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ nije pogodan za izračunavanje površine, jer odgovarajući red sporo konvergira. Treba izračunati površinu ograničenu krivom, ordinatnom osom i simetralom prvog kvadranta, što dovodi do reda koji brzo konvergira.

2947. 0,2505. 2948. 3,821. 2949. 0,119. 2950. 1,225.

2951. (0,347; 2,996). 2952. (1,71; 0,94).