UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

I parcijalni ispit, Zenica, 09.02.2002.

1). Dat je tetraedar ABCD kod koga je $|AB| = |AC| = 2$, $|AD| = 1$, te uglovi : $\angle BAC = \pi / 2$, $\angle CAD = \pi / 4$, $\angle BAD = \pi / 3$. Ako je T težište trougla ABC, izračunati dužinu duži DT.

2). Diskutovati rješenja sistema linearnih jednačina :

$$ax + y + z = 1$$
$$x + ay + z = 2$$
$$\underline{x + y + az = -3}$$

u zavisnosti od parametra a .

3). Naći jednačinu prave koja leži u ravni α : $2x - y + z - 4 = 0$, siječe pravu a : $\frac{x-12}{-5} = \frac{y-4}{0} = \frac{z}{2}$, te prolazi kroz presječnu tačku prave b : $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ sa ravni α .

4). Identificirati skup zadan u pravouglom koordinatnom sistemu jednačinom :

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 1 = 0 .$$

5). Data je prava $x + y - 2 = 0$ u koordinatnom sistemu (O ; **i** , **j**) . Naći operator koji je pridružen projekciji ravni na tu pravu , dokazati da je linearan i simetričan i naći mu svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

I parcijalni ispit, Zenica, 06.05.2002.

1). Date su prave a: $\frac{x-3}{6} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ i b : $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{5}$.

a). Dokazati da postoji ravan α koja sadrži prave a i b i naći njenu jednačinu .

b). Naći jednačine još 2 prave koje leže u ravni α , različite od pravih a i b.

2). Zadan je linearni operator A koji u ortonormiranoj bazi (**i** , **j**) vektorskog prostora ravni djeluje ovako : $A(2\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}) = \mathbf{i} - 2\sqrt{3}\,\mathbf{j}$, $A(\sqrt{3}\,\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) = -3\mathbf{j}$.
Naći matricu koja odgovara operatoru A u bazi (**i** , **j**) , te naći njegove svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore , provjeriti da li je simetričan i ortogonalan.

3). Identificirati skup zadan u pravouglom koordinatnom sistemu jednačinom :

$$x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 4y - 8 = 0 .$$

4). Diskutovati rješenja sistema jednačina :

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - ax_3 &= 1 \\ x_1 + ax_2 - x_3 &= 1 \\ ax_1 + x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

u zavisnosti od parametra a .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

II parcijalni ispit, Zenica, 12.06. 2002.

1). Osnoj simetriji u odnosu na pravu $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ u prostoru pridružiti operator , dokazati da je linearan , provjeriti da li je simetričan , odnosno ortogonalan i odrediti mu svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore .

2). Riješiti matričnu jednačinu : $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -11 \\ 2 & 3 & -17 \\ -1 & -2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 11 & 7 & 10 \\ 1 & 14 & 8 \\ -6 & -3 & -5 \end{bmatrix}$

3). Riješiti sistem jednačina :

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= 3 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 &= 7 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 &= 12 \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 &= 20 \end{aligned}$$

4). Dokazati da je $n^7 - n$ djeljivo sa 42 za sve prirodne brojeve n .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica, 12.06.2002.

1). Dokazati da su vektori $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$ linearno nezavisni ako su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linearno nezavisni .

2). Kroz tačku A (-3 , 2,5) povučene su normale na ravni $4x + y - 3z + 13 = 0$ i $x - 2y + z - 11 = 0$. Naći jednačinu ravni koja sadrži te normale.

3). Identificirati skup zadan u pravouglom koordinatnom sistemu jednačinom : $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0$.

4). Riješiti sistem jednačina :

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= 3\\
x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 2\\
2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 &= 7\\
3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 &= 12\\
5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 &= 20
\end{aligned}
$$

5). Dokazati da je $n^7 - n$ djeljivo sa 42 za sve prirodne brojeve n .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica, 29.06.2002.

1). Dati su vektori : $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.
   a). Dokazati da ovi vektori čine bazu vektorskog prostora $\mathbf{X_0}$ (E)
   b). Gram – Schmidtovim postupkom ortonormirati bazu ($\vec{a},\vec{b},\vec{c}$)
   c). Prikazati vektor $\vec{d} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ u dobijenoj ortonormiranoj bazi .

2). Kroz tačku P (1,0,7) povući pravu koja je paralelna ravni 3x – y + 2z – 15 = 0 i koja siječe pravu $\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$.

3). Identificirati površ u prostoru zadanu jednačinom :
$2x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 2xy - 4xz + 2yz + 2x - 10y - 2z - 1 = 0$.

4). Diskutovati rang matrice A = $\begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .

5). Dokazati da suma kvadrata 3 neparna broja ne može biti potpun kvadrat cijelog broja.

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica, 12.09.2002.

1). Dati su vektori $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}$, $\vec{b} = 7\vec{m} - 5\vec{n}$,$\vec{c} = \vec{m} - 4\vec{n}$,$\vec{d} = 7\vec{m} - 2\vec{n}$. Naći ugao između vektora $\vec{m}$ i $\vec{n}$ ako su okomiti međusobno vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$, odnosno $\vec{c}$ i $\vec{d}$.

2). a). Utvrditi odnos pravih u prostoru
a : $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+2}{-1}$ i b: $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{1} = \frac{z}{-1}$.

b). Utvrditi odnos tačke M (6, - 2 , - 3) prema pravim a i b .

c). Naći jednačinu ravni α koja sadrži tačku M i pravu a .

d). Naći projekciju prave b na ravan α .

3). Dokazati da je operator A u prostoru zadan formulom A $(\vec{x}) = (\vec{x} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{a}$ linearan i naći matricu
koja mu odgovara u bazi $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ako je $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

4). Riješiti sistem jednačina :

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 - x_5 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 &= 3 \\ 4x_1 + 7x_2 + x_3 + 5x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 5x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 5x_5 &= 8 \end{aligned}$$

5). Napisati faktorizaciju broja : a). 15 ! , b). φ (15 !) u kanonskom rastavu .
(φ je Eulerova funkcija)

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica, 26.09.2002.

1). Dati su vektori : $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{k}$.

a). Dokazati da ovi vektori čine bazu vektorskog prostora $\mathbf{X_0}$ (E)

b). Gram – Schmidtovim postupkom ortonormirati bazu ($\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$)

2). Naći jednačinu ravni koja prolazi kroz pravu p : $\begin{cases} x + 3y + 5z - 11 = 0 \\ x - y - 2z + 7 = 0 \end{cases}$
i paralelna je y – osi .

3). Identificirati skup zadan u pravouglom koordinatnom sistemu jednačinom :
$16x^2 - 24xy + 9y^2 + 25x - 50y + 50 = 0$.

4). Data je matrica A = $\begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$, a $\in$ **R**. Izračunati A^n , n $\in$ **N** .

5). Riješiti sistem kongruencija :
x ≡ 1 (mod 2)
x ≡ 2 (mod 3)
x ≡ 3 (mod 5) .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica,

1). Naći ugao između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ako je vektor $5\vec{a}-3\vec{b}$ okomit na vektoru $2\vec{a}+4\vec{b}$ i $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$.

2). Na pravoj $\frac{x}{1}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-3}{-1}$ naći tačku koja je najbliža tački M (3,2,6).

3). Data je matrica A = $\begin{bmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & -8 & -1 \\ -4 & -1 & -8 \end{bmatrix}$.

a). Naći minimalni polinom matrice A

b). Neka je A operator u prostoru $\mathbf{X_0}$ (E) čija je matrica u odnosu na bazu $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ upravo matrica A . Može li se naći ortonormirana baza prostora $\mathbf{X_0}$ (E) u kojoj operatoru A pripada dijagonalna matrica ? Ako može , naći takvu matricu .

4). Za koje $\lambda \in \mathbf{R}$ sistem jednačina

$$\begin{aligned} 3x_1 + (2-\lambda)x_2 + x_3 &= -\lambda \\ \lambda x_1 + (\lambda-1)x_2 + x_3 &= 2\lambda \\ (4\lambda+3)x_1 + (2\lambda-1)x_2 + (\lambda+4)x_3 &= 2\lambda+3 \end{aligned}$$

nema rješenja ?

5). Naći sva rješenja Diofantove linearne jednačine 38 x + 54 y = 4.

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica, 24. 01.2003.

1). Neka je T težište trougla ABC. Dokazati da je : $\overrightarrow{TA}\times\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{TB}\times\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{TC}\times\overrightarrow{CA}$

2). Naći ravan koja prolazi kroz pravu $\begin{cases} x+5y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$ i obrazuje ugao $\frac{\pi}{4}$ sa ravni x – 4 y – 8 z + 12 = 0 .

3). Diskutovati rješenja sistema linearnih jednačina u zavisnosti od parametra λ :

$$(1+\lambda)x + y + z = \lambda^2 + 3\lambda$$
$$x + (1+\lambda)y + z = \lambda^3 + 3\lambda^2$$
$$x + y + (1+\lambda)z = \lambda^4 + 3\lambda^3$$

4). Pokazati da vektori $\mathbf{e_1}$ = (1,2,-1,-2) , $\mathbf{e_2}$ = (2,3,0,-1) , $\mathbf{e_3}$ = (1,2,1,4) , $\mathbf{e_4}$ = (1,3,-1,0) čine bazu prostora $\mathbf{R}^4$ i prikaži vektor $\mathbf{x}$ = (7,14,-1,2) u toj bazi.

5). Identificirati površ u prostoru zadanu jednačinom :
$7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz - 6x - 24y + 18z + 30 = 0$.

6). Riješiti matričnu jednačinu AX + B = 0 , gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Integralni ispit, Zenica, 07.02.2003.

1). Dati su vektori $\vec{m}, \vec{n}$ takvi da je $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 2$ i $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$. Naći površinu i unutrašnje uglove paralelograma ako su vektori dijagonala $\vec{d_1} = 5\vec{m} - 2\vec{n}$ i $\vec{d_2} = 3\vec{m} + 4\vec{n}$.

2). Utvrditi koji od skupova
$S_1 = \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4 \mid x_1 = x_4 \ , \ x_2 = x_3\}$ ili
$S_2 = \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4 \mid x_1 + x_3 = 1\}$
je podprostor prostora R^4 nad R , pa onda za taj podprostor naći bazu i dimenziju .

3).Diskutovati rješenja sistema :

$$\begin{aligned} x + 2y + (a+3)z &= 8 \\ 2x + 3y + (a+4)z &= 12 \\ 3x + (6a+5)y + 7z &= 20 \end{aligned}$$

u zavisnosti od parametra a.

4). Naći jednačinu ravni koja je okomita na ravan x + 2y – 2z + 3 = 0 i siječe je po pravoj koja leži u xOz ravni.

5). Dat je vektor $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \in \mathbf{X_0}$ (E) . Provjeriti da li je operator A definisan na prostoru $\mathbf{X_0}$ (E) sa : $A(\vec{x}) = \vec{a} \times \vec{x}$ linearan i simetričan i naći matricu koja odgovara tom operatoru u bazi $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

6). Naći sva rješenja Diofantove linearne jednačine 37 x + 13 y = 4 .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Parcijalni i integralni ispit, Zenica, 11.04.2003.

1) Dati su vektori : $\overrightarrow{a_1} = (1,1,1), \overrightarrow{a_2} = (0,1,-1), \vec{b} = (2,4,-3)$.

a) Naći projekciju vektora $\vec{b}$ na ravan određenu vektorima $\overrightarrow{a_1}$ i $\overrightarrow{a_2}$

b) Naći ugao koji vektor $\vec{b}$ zaklapa sa ravni određenoj vektorima $\overrightarrow{a_1}$ i $\overrightarrow{a_2}$

2) Dokazati da je skup V $= \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4 \mid x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$ podprostor prostora R^4 nad R.

3). Diskutovati rješenja sistema :

$$\begin{aligned} ax - 2y + z &= 1 \\ 3x + (1-a)y + z &= 0 \\ 3x - 2y + (a-2)z &= -1 \end{aligned}$$

u zavisnosti od parametra a.

4).Dati su vrhovi trougla A (4,1,-2) , B (2,0,0) , C (-2,3,5) . Naći jednačinu prave na kojoj leži visina povučena iz tačke B na naspramnu stranicu .

5). Identificirati površ u prostoru zadanu jednačinom :

$4x^2 + 4y^2 - 8z^2 - 10xy + 4yz + 4xz - 16x - 8z + 72 = 0$.

6). Diskutovati rang matrice A $= \begin{bmatrix} 6 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & \lambda-1 & 1 \\ 3 & \lambda & 4 & -1 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .

Za parcijalni ispit su 1. , 2. , 3. i 4. , a za integralni ispit svi zadaci osim drugog.

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Parcijalni i integralni ispit, Zenica, 06.05.2003.

1) Izračunati visinu spuštenu iz vrha D tetraedra ABCD s vrhovima A (-1, -3,1) , B (5,3,8) , C (-1,-3,5) , D (2,1-4).

2) Dokazati da je skup $V=\left\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R^4 \mid 4x_1+x_2+5x_3-x_4=0\right\}$ podprostor vektorskog prostora R^4 nad R.

3) Diskutovati rješenja sistema :

$$\begin{aligned}(\lambda+3)x_1 + x_2 + x_3 &= 0\\ 3x_1+(\lambda+3)x_2 - x_3 &= 0\\ 2x_1 + x_2 + (\lambda+2)x_3 &= 0\end{aligned}$$

u zavisnosti od parametra λ .

4) Naći pravu koja prolazi kroz tačku M (-5,2,-1) i siječe pod pravim uglom pravu $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z+2}{-2}$.

5) Operatoru □ u prostoru u bazi $(\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3})$ odgovara matrica $A=\begin{bmatrix}4&0&2\\0&6&1\\3&8&2\end{bmatrix}$. Odrediti matricu koja odgovara operatoru A^2 u bazi $(2\vec{e_1}+\vec{e_2}-\vec{e_3},\vec{e_1}+\vec{e_3},\vec{e_2}+\vec{e_3})$.

6) Odrediti minimalni polinom matrice : $A=\begin{bmatrix}3&2&0\\2&3&0\\0&0&5\end{bmatrix}$

Za parcijalni ispit su 1. , 2. , 3. i 4. , a za integralni ispit svi zadaci osim drugog.

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Parcijalni i integralni ispit, Zenica, 13.06.2003.

1) Zadan je trokut ABC sa vrhovima A (3,1, -2) , B (2, -1,4) , C (1,2,3). Naći uglove tog trokuta , koordinate centra opisane kružnice i poluprečnik opisane kružnice .

2) Odrediti λ tako da prava $\begin{cases}x-y+z+1=0\\x-2y-2z+\lambda=0\end{cases}$ siječe z osu.

3) Naći jednačinu konusne površi čiji je vrh S (0,0,8) a vodilja je kriva $\begin{cases}y^2=4x\\z=0\end{cases}$.

4) Data je jednačina ravni α : y = a u koordinatnom sistemu u prostoru . Simetriji prostora u odnosu na ravan α pridružiti operator A i provjeriti linearnost, simetričnost i ortogonalnost tog operatora. Odrediti broj a tako da je matrica koja odgovara operatoru A u odnosu na ortonormiranu bazu prostora singularna (tj. nema svoju inverznu matricu).

5) Neka je $A : X_0(E) \to X_0(E)$ ortogonalni operator u prostoru . Dokazati da je A bijekcija i da je inverzni operator A^{-1} takođe ortogonalan.

6) Riješiti sistem linearnih jednačina :

$$
\begin{aligned}
x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 \qquad + 5x_6 &= -3 \\
x_2 - 3x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 3 \\
2x_1 \qquad - x_3 \qquad - x_5 - x_6 &= 4
\end{aligned}
$$

Za drugi parcijalni ispit zadaci su : 3,4,5,6 a za integralni ispit izabrati bilo koja 4 zadatka.

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Parcijalni i integralni ispit, Zenica, 27.06.2003.

1) Dati su vrhovi trougla : A(-1,2,3) , B(2,1,2) , C(0,3,0) .
   a) Naći poluprečnik opisane i poluprečnik upisane kružnice trougla.
   b) Obrazložiti može li neki od vrhova trougla ležati na pravoj koja prolazi kroz centar opisane i centar upisane kružnice trougla.

2) Odrediti α i β tako da prava $\begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ 2x + \alpha y + z + \beta = 0 \end{cases}$ leži u xOy ravni .

3) Napisati jednačinu cilindrične površi koja prolazi kroz krivu

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 10 \\ x + 2y + z - 14 = 0 \end{cases}$$

a izvodnica joj je paralelna pravoj $x = 2y + 1$, $z = 3y - 1$.

4) Dat je operator u prostoru kome u odnosu na ortonormiranu bazu $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

odgovara matrica : $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2}a & b & -\sqrt{3}a \\ \sqrt{2}a & -2b & 0 \\ \sqrt{2}a & b & \sqrt{3}a \end{bmatrix}$, a ,b su realni brojevi.

Odrediti a i b tako da taj operator bude ortogonalan.

5) Identificirati površ u prostoru zadanu jednačinom :
$x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 6xz2x + 6y + 2z = 0$.

6) Riješiti sistem linearnih jednačina :

$$
\begin{aligned}
&x_1 - 5x_3 + 2x_6 = 6\\
&2x_2 + x_4 + 3x_5 = 6\\
&2x_1 - 7x_3 + 3x_6 = 4\\
&3x_2 + 2x_4 + 4x_5 = 7\\
&2x_1 - x_3 + x_6 = -12\\
&4x_2 + 3x_4 + 5x_5 = 9
\end{aligned}
$$

Za drugi parcijalni ispit zadaci su 3.,4.,5. i 6. , a za integralni ispit 1.,2.,5. i 6 .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Parcijalni i integralni ispit, Zenica, 12.09.2003.

1) a) Nad vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$ čiji su intenziteti redom $\sqrt{3}$ i 1 konstruisan je pravougaonik. Izračunati ugao između dijagonala pravougaonika.

b) Ako je zapremina paralelopipeda konstruisanog nad vektorima $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ u prostoru jednaka 2 ,

izračunati : $(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})[(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})]$.

2) a) Odrediti parametre m i n tako da prava a: $\frac{x-2}{m} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-n}{-4}$ leži u ravni $4x - 3y - 6z + 13 = 0$.

b) Za nađene vrijednosti m i n odrediti jednačinu pramena ravni koje prolaze kroz pravu a .

3) Naći jednačinu konusne površi sa vrhom u tački A (0,-a,0) i vodiljom $\begin{cases} x^2 = 2py \\ z = h \end{cases}$.

4) Ortogonalnoj projekciji prostora na pravu x = y = z pridružiti operator , provjeriti da li je linearan , simetričan , ortogonalan , naći svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore tog operatora.

5) Riješiti matričnu jednačinu :

$$
\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 21 \\ 0 & 7 & 0 \\ 21 & 21 & 21 \end{bmatrix}
$$

6) Identificirati površ u prostoru zadanu jednačinom :

$$4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 4yz - 8xz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0 \ .$$

Za drugi parcijalni ispit zadaci su 3.,4.,5. i 6. , a za integralni ispit 1.,2.,5. i 6 .

UVOD U LINEARNU ALGEBRU I ANALITIČKU GEOMETRIJU

Parcijalni i integralni ispit, Zenica, 26.09.2003.

1) Ako je zapremina paralelopipeda konstruisanog nad vektorima $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ u prostoru jednaka 2 , izračunati : $\left[\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)\times\left(\vec{b}-\vec{a}\right)\right]\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right)$.

2) Naći jednačinu prave paralelne pravoj p : $\begin{cases} 2x+3y-z+5=0 \\ x-2y+3z+1=0 \end{cases}$ i koja prolazi kroz tačku M (1,1,2)

3) Identificirati skup zadan u pravouglom koordinatnom sistemu jednačinom :
$9x^2-4xy+6y^2+16x-8y-2=0$

4) Riješiti sistem jednačina :

$$\begin{aligned} x_1+2x_2+3x_3-x_4&=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3-x_4&=-1 \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4&=1 \\ 5x_1+5x_2+2x_3\quad\ &=2 \end{aligned}$$

5) Linearnom operatoru u bazi $\{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$ odgovara matrica $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.

Izračunati matricu istog operatora u bazi $\vec{e_1'}=\vec{e_1}$, $\vec{e_2'}=\vec{e_2}-3\vec{e_1}$, $\vec{e_3'}=\frac{1}{2}\vec{e_1}-\frac{1}{2}\vec{e_2}+\frac{1}{2}\vec{e_3}$.

6) Odrediti minimalni polinom matrice A = $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -5 & 7 & -5 \\ -6 & 6 & -4 \end{bmatrix}$