

GRUPA A

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$(\lambda - 2)x - 3y + 2z = 1$$

$$3x - 3y + (\lambda - 3)z = 1$$

$$x - y + 2z = -1$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = x^3 e^{-x}$.
3. Izračunati površinu lika ograničenog linijama $y = -2x^2 + 5x + 4$ i $y = 2x + 5$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y + xy' = 4\sqrt{y}'$.

GRUPA B

1. Dokazati metodom matematičke indukcije jednakost za sve $n \in \mathbb{N}$:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

2. Odrediti p i q tako da funkcija $y = \frac{x^2 + px + q}{x - 2}$ ima ekstrem u tački $T(4, -1)$. Zatim ispitati tako dobijenu funkciju i nacrtati joj grafik.
3. Izračunati integral $I = \int \sin^4 x dx$.
4. Naći ekstremne vrijednosti funkcije $z = x^3 + xy^2 - 6xy$.

GRUPA C

1. Naći racionalne članove u razvoju $(\sqrt[5]{3} + \sqrt[7]{2})^{24}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^2}{\ln x - 2}$.
3. Izračunati integral: $I = \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0$.

GRUPA D

1. Riješiti matricnu jednačinu $B^{-1} \cdot X \cdot A = (3B + 2E)^{-1}$, ako je

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \text{ a } E \text{ je jednična matrica.}$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x}{(1-x^2)^2}$.
3. Izračunati površinu lika ograničenog linijama $y = \sqrt{x}, x - y - 2 = 0, x = 0$.
4. Naći sve ekstreme funkcije $z = (2ax - x^2)(2by - y^2), (a, b > 0)$.

GRUPA A

1. Odrediti član koji sadrži $x^{8,5}$ u razvoju binoma $\left(\frac{1}{x\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x^2}\right)^{16}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = x^2 \ln(-x)$.
3. Izračunati integral $I = \int \frac{2x^3 + 5x^2 - 4x + 5}{x^2 + 5x + 8} dx$
4. Odrediti ekstreme funkcije $z = x^2 + y^2$ uz uslov $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

GRUPA B

1. Izračunati $z = 2^{-9} (b-2)^{18}$, ako je $b = 3 + 2i - \frac{7-9i}{1-5i}$.
2. Data je funkcija $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Ispitati funkciju $y = 2 - f(x-1)$ i skicirati njen grafik.
3. Izračunati površinu figure ograničene linijama $y = \frac{x^2}{3}$, $y = \frac{x^2}{6} - 2x$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $xy' = y - xy \sin x$.

GRUPA C

1. Riješiti matricnu jednačinu: $X^{-1} + A = A^{-1}X^{-1} + I$, ako je $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, a I je jedinična matrica drugog reda.
2. Naći parametre a i b tako da funkcija $y = \frac{ax^2 + bx + 1}{4 - x^2}$ ima stacionarnu tačku $A(-1, 0)$. Za tako dobijene vrijednosti parametara ispitati datu funkciju i nacrtati njen grafik.
3. Izračunati integral $I = \int e^{3x} \cos 4x dx$.
4. Naći rješenje diferencijalne jednačine $y = xy' - 2 - y'$ koje prolazi kroz tačku $A(2, 5)$.

GRUPA D

1. Ako je $\{a_1, a_2, a_3\}$ jedna baza vektorskog prostora V_3 , dokazati da i vektori $b_1 = a_1 + 3a_3, b_2 = -5a_1 + a_2 + 4a_3, b_3 = 2a_1 + 2a_2 + 6a_3$ takođe čine bazu prostora V_3 i izraziti vektor $c = 11a_1 + 3a_2 + 14a_3$ preko vektora baze $\{b_1, b_2, b_3\}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$.
3. Na parabolu $y = 4 - x^2$ povučena je normala u tački presjeka parabole i pozitivnog dijela x - ose. Odrediti površinu figure koju čine data parabola, povučena normala i y - osa.
4. Naći ekstreme funkcije $z = 2(x-2y)^2 + x^3 - 2y^3 + 1$.

GRUPA A

1. Riješiti matricnu jednadžbu: $(A+B)^{-1}AX^{-1} = A^{-1}$, gdje matrice A i B zadovoljavaju:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Ispitati funkciju $y = (x+1)e^{\frac{-1}{x}}$ i nacrtati joj grafik.

3. Izračunati $\int \frac{x^3 - 2x}{(x^2 + 1)^2} dx$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = \frac{x^3}{3} + x^2y + xy^2 - 9x$.

GRUPA B

$$x + 2y - z = 6$$

1. Riješiti sistem jednačina $5x - 3y + 2z = -1$ na dva načina: matricnom i Gaussovom metodom

$$2x + y + 3z = 15$$

2. Ispitati funkciju $y = \ln^2 x + \ln x$ i nacrtati joj grafik.

3. Izračunati površinu lika ograničenog krivim $x^2 + y^2 - 4x = 0$, $y^2 = 2x$, $y \geq 0$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = x^2y - x^3y - x^2y^2$, $x \neq 0$.

GRUPA C

1. Naći sve vrijednosti korijena $\sqrt[4]{-2 + 2i\sqrt{3}}$.

2. Apscisa prevojne tačke funkcije $y = \frac{x^3 + ax^2}{(x+1)^2}$ je $x = \frac{2}{7}$. Izračunati vrijednost parametra a , pa zatim ispitati i nacrtati dobijenu funkciju.

3. Izračunati $\int \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2 + 3}} dx$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}$.

GRUPA D

1. Odrediti član u razvijenom obliku binoma $\left(\sqrt[4]{a^2x} + \sqrt[5]{\frac{1}{ax^2}}\right)^{13}$ koji ne sadrži x .

2. Ispitati i nacrtati funkciju $f(x) = x^a - ax$, ako se zna da grafik funkcije prolazi kroz tačku $T(1,4)$.

3. Izračunati površinu lika kojeg čine parabola $y = x^2 - 2x + 2$ i prava $x + 2y - 9 = 0$.

4. Naći rješenje diferencijalne jednačine $xy' + y = y^2$ tako da je $y(1) = 0,5$.

Grupa A

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$(\lambda + 4)x + y + z = 2$$

$$x + y + z = \lambda + 5$$

$$3x + 3y + (\lambda + 7)z = 3$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = 1 + \frac{12}{x-2} - \frac{6}{x-1}$.
3. Izračunati površinu lika u ravni koji je ograničen linijama $y = 2x$, $y = 4 - (x-2)^2$, $y = 0$.
4. Naći partikularno rješenje diferencijalne jednačine $y' = xy^3 - y$ koje prolazi kroz tačku $A(0,1)$.

Grupa B

1. Dokazati metodom matematičke indukcije jednakost za sve
- $n \in \mathbb{N}$
- :

$$\frac{1}{3 \cdot 7 \cdot 11} + \frac{1}{7 \cdot 11 \cdot 15} + \dots + \frac{1}{(4n-1)(4n+3)(4n+7)} = \frac{1}{8} \left[\frac{1}{21} - \frac{1}{(4n+3)(4n+7)} \right].$$

2. Ispitati funkciju
- $y = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$
- i nacrtati joj grafik.

3. Izračunati integral
- $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2-x^2+x}}$
- .

4. Naći ekstreme funkcije
- $z = x^4 + y^4 - 36xy$
- .

Grupa C

1. Riješiti matricnu jednačinu
- $(A + 3I)(X - I) = B$
- , ako je
- $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -2 \\ 2 & 8 & 0 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$
- ,

$$B = \begin{bmatrix} -3 & 21 & 1 \\ 2 & 50 & -2 \\ 1 & -22 & 0 \end{bmatrix}, I - \text{jedinična matrica.}$$

2. Data je funkcija $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$. Ispitati i nacrtati funkciju $g(x) = -f(2-x)f(2+x)$.
3. Izračunati integral $I = \int \sqrt{x} \ln^2 x dx$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = e^{x-y}(x^2 - y)$.

Grupa D

1. Odredi koji član razvoja binoma $\left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2} + \frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12}$ sadrži a^7 .
2. Odredi konstante a i b tako da funkcija $y = (x^2 + ax + b)e^{-x}$ ima minimum u tački $A(0,1)$. Zatim ispitati tako dobijenu funkciju i nacrtati njen grafik.
3. Izračunati površinu lika kojeg ograničavaju linije $y = x^3$, $y = -x$, $y = 8$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(3x - 7y - 3)y' = 3y - 7x + 7$.

Grupa A

1. Za koju vrijednost parametra p su vektori $a_1 = (p, -p^2, 3)$, $a_2 = (p-2, 1, 1)$, $a_3 = (-1, p^2+1, -1)$ linearno zavisni? Za dobijenu vrijednost parametra p napisati vektor a_3 kao linearnu kombinaciju vektora a_1 i a_2 .
2. Ispitati i nacrtati funkciju $y = (4x^2 + 3)e^{-x}$.
3. Izračunati integral $I = \int \sin(\ln x) dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $x = y \left(\frac{1}{\sqrt{y'}} - \frac{1}{y'} \right)$.

Grupa B

1. Riješiti matričnu jednačinu $XA = A + 2X + I$, ako je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, a I je jedinična matrica.
2. Odrediti vrijednost parametara a i b tako da funkcija $y = \frac{(x+a)(x+b)}{x+1}$ ima ekstrem u tački $T(1, 9)$. Zatim ispitati i nacrtati tako dobijenu funkciju.
3. Izračunati površinu figure koju u koordinatnom sistemu čine linije $y = \frac{1}{x^2}$, $y = x$, $y = 4$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = \frac{2}{3}x^3 + 3y^2 + 6xy - 2x + 6y$.

Grupa C

1. Dokazati metodom matematičke indukcije jednakost za sve $n \in \mathbb{N}$:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + \dots + n(3n-1) = n^2(n+1).$$
2. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{\sqrt{x}}{\ln^2 x}$.
3. Izračunati integral $I = \int \frac{e^{2x} dx}{e^{6x} + 8}$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^2 + 2y^2$ uz uslov $x + y = 3$.

Grupa D

1. Naći sve vrijednosti izraza \sqrt{z} (ima ih 4) ako je $z = (1+i)\sqrt{\sqrt{3}+i}$.
2. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{2x^2}{(x-2)(x-6)}$.
3. Izračunati površinu figure koju u koordinatnom sistemu čine linije $y = 3 + 2x - x^2$ i $x + y = 3$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $xy' - \frac{y}{x+1} = x$, ako je $y(1) = -1$.

Grupa A

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$ax + y + z = 1$$

$$(a+1)x + (a+1)y + 2z = a+1$$

$$x + y + az = a^2$$

2. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{e^{x-2}}{(x-2)^2}$.

3. Izračunati površinu figure koju čine linije $y = -x^2 - 2x + 3$, $y = -2x - 6$, $y = 6x - 6$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2 y}{2} + \frac{y}{2}$.

Grupa B

1. Odrediti x tako da je peti član razvoja binoma $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2}\right)^{10}$ jednak 105.

2. Data je funkcija $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{x-4}\right)$. Ispitati i nacrtati funkciju $g(x) = f(x-4)$.

3. Izračunati integral: $I = \int \frac{dx}{2\sin x - 3\cos x + 2}$

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y' = \frac{y^3 - 3x^2 y}{x^3 - 3xy^2}$.

Grupa C

1. Izračunati $\left[\frac{(1-i)^{54} + (1+i)^{53}}{(1+i)^{52}}\right]^4$.

2. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{2x^3}{f(x)}$, ako je $f(x) = x^2 + px + q$ jednačina parabole čije je tjeme $T(0, -4)$.

3. Izračunati površinu figure koju čine linije $y = 2x$, $y = 4 - (x-1)^2$, $y = 0$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = 3x^2 y + y^3 - 18x - 30y$.

Grupa D

1. Riješiti matricnu jednačinu: $(A - I)(X + I)(B + I) = AB + B$, ako je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & -3 & 17 \\ 6 & -6 & 26 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 1 \\ 3 & 21 & 0 \\ 4 & 28 & 4 \end{bmatrix}, \text{ a } I \text{ je jedinična matrica.}$$

2. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \ln(x^2 - 4) + 3$.

3. Izračunati integral: $I = \int_1^2 (x-3)\sqrt{3x-2} dx$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$.

Grupa A

1. Odrediti sve vrijednosti parametra m tako da vektori $\mathbf{a} = (m-2, 1, 3)$, $\mathbf{b} = (2, 0, m)$, $\mathbf{c} = (m, 3, m+1)$ budu linearno zavisni. Za veću nađenu vrijednost parametra m napisati vektor \mathbf{c} kao linearnu kombinaciju vektora \mathbf{a} i \mathbf{b} .
2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{(x-2)^3}{x^2+x+1}$.
3. Izračunati integral: $I = \int (x+1)e^x \ln x dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $xy' + 2y = 2\sqrt{y^3} \ln x$.

Grupa B

1. Neka su x_1 i x_2 rješenja jednačine $x^2 + x + 1 = 0$. Izračunati x_1^{15} i $\sqrt{x_2}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{e^x}{x^2} + 1$.
3. Izračunati površinu lika ograničenog linijama $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$, $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $y = 0$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(3x + 4y + 1)dy + (2x + 3y + 1)dx = 0$.

Grupa C

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$ax + (a-1)y + z = 1$$

$$x + z = 1$$

$$2x + 3y + az = -1$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = (x+1)\ln^2(x+1)$.
3. Izračunati integral: $I = \int \frac{\ln^3 x - 4 \ln x + 1}{x(\ln^2 x - 2 \ln x - 3)} dx$.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4$ ako je $x + y + 3 = 0$.

Grupa D

1. Dokazati metodom matematičke indukcije jednakost za sve $n \in \mathbb{N}$:

$$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots + (n-1)n^2 = \frac{n(n^2-1)(3n+2)}{12}.$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{x^2}{(x-1)^3}$.
3. Izračunati površinu lika ograničenog parabolama: $y^2 = 10x + 25$ i $y^2 = -6x + 9$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^2 + 3xy - 8 \ln x - 6 \ln y$.

Pismeni ispit iz matematike 22.10.2008.

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja u zavisnosti od parametra k :

$$x + ky + k^2z = 1$$

$$x + y + z = 1$$

$$x - 2y + 4z = -8.$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{x^2 - 1}{5x^2 + 4x}$.

3. Izračunati integral $I = \int \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}$.