

GRUPA A

1. Napisati u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksni broj $z = 2\sqrt{3} + 2i$, zatim naći $\sqrt[4]{z}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = (x^2 - 1)e^{-x^2}$.
3. Izračunati integral: $I = \int \frac{2x + 6}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} dx$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.

GRUPA B

1. Diskutovati rang matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & \lambda - 1 & 1 \\ 3 & \lambda & 4 & -1 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .

2. Funkcija $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + 1}$ ima ekstrem u tački $T(2, 0)$. Izračunati konstante a i b , pa zatim ispitati i nacrtati funkciju $f(x)$.

3. Na parabolu $y = x^2 - 3x + 3$ je povučena tangenta u tački sa apscisom $x = 3$. Izračunati površinu koju obrazuje data parabola sa povučenom tangentom i osom simetrije parabole.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y' - y \operatorname{tg} x = y^4 \cos x$.

GRUPA C

1. Dati su vektori $a = (1, 1, 1)$, $b = (1, 1, 2)$, $c = (1, 2, 3)$. Dokazati da ti vektori čine bazu vektorskog prostora V_3 i naći koordinate vektora $x = (6, 9, 14)$ u odnosu na tu bazu.

2. Grafik funkcije $y = \frac{ax^2 - 2x + b}{x^2 + 2x + 4}$ ima horizontalnu asimptotu $y = 1$, a y - osu siječe u tački sa ordinatom 1. Naći brojeve a i b , pa zatim ispitati i nacrtati datu funkciju.

3. Izračunati integral: $A = \int \frac{5x^2 + 5x + 5}{(x - 1)(2x^2 + 2x + 1)} dx$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

GRUPA D

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} ax - 2y + z &= 1 \\ 3x + (1 - a)y + z &= 0 \\ \underline{3x - 2y + (a - 2)z} &= -1 \end{aligned}$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = x^4 \ln \frac{1}{x}$.

3. Izračunati površinu koju zatvaraju krive: $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ i $y = \frac{x^2}{3}$.

4. Naći partikularno rješenje jednačine $(y^2 - 3x^2)dy + xydx = 0$ koje prolazi kroz tačku $T(0, 1)$.

GRUPA A

1. Riješiti matricnu jednačinu:

$$A \cdot X \cdot B^{-1} = C, \text{ gdje je } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \text{ i } C = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{3x^3 - 2x}{x^2 - 1}$.
3. Izračunati integral: $I = \int \sin^5 x \cos^4 x dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y' - y \operatorname{tg} x + 2 \sin x - 1 = 0$, pod uslovom da je $y(0) = 1$.

GRUPA B

1. Izračunati sve vrijednosti korijena $\sqrt[3]{i-1}$.
2. Odrediti vrijednost parametara a i b tako da funkcija $y = \frac{e^{x-2}}{ax+b}$ ima ekstrem u tački $A(2,1)$, pa za dobijene vrijednosti a i b ispitati funkciju i nacrtati joj grafik.
3. Grafik funkcije $y = ax^2 + bx + c$ prolazi kroz tačke $M(1,-6), N(2,-4), P(3,0)$. Izračunati površinu lika ograničenog datom krivom, tangentom u tački P i y - osom.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $(2x + y + 1)y' = 4x + 2y - 3$.

GRUPA C

1. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra a :

$$(a-1)x + z = 0$$

$$(a+1)x - ay - z = 1.$$

$$y + az = 1$$

1. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \ln(x^2 - 4x + 5)$.
2. Izračunati integral: $I = \int (x^2 - 3x) \sin 2x dx$.
3. Naći ekstreme funkcije $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$.

GRUPA D

1. Za koju vrijednost parametra m vektori $a = (m, 1+m, 1-m), b = (2m, 1-m, 1), c = (-2m, m, 2m+2)$ čine bazu trodimenzionalnog vektorskog prostora?
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^3}{x^2 + 6x + 9}$.
3. Izračunati površinu odsječka koji odsjeca prava $y = 3 - 2x$ na paraboli $y = x^2$.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = y + 2x + 3$ uz uslov $x^2 - 6x + y + 5 = 0$.

GRUPA A

1. Riješiti sistem jednačina:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 5.\end{aligned}$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:
- $y = \frac{4x - x^2}{(x+1)^2}$
- .

3. Izračunati integral:
- $I = \int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt[3]{x+1}-1} dx$
- .

4. Naći rješenje diferencijalne jednačine
- $(1-x^2)y' = 1-xy$
- , koje prolazi kroz tačku
- $T(0,1)$
- .

GRUPA B

1. U razvoju binoma
- $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}\right)^{12}$
- odrediti član koji ne sadrži
- x
- .

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:
- $y = (x-2)e^{2x-1}$
- .

3. Izračunati integral:
- $I = \int \frac{x^5}{x^6 - x^3 - 6} dx$
- .

4. Naći ekstreme funkcije
- $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$
- .

GRUPA C

1. Napisati u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksni broj
- $z = 2\sqrt{3} + 2i$
- , zatim naći
- $\sqrt[4]{z}$
- .

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:
- $y = \ln \frac{x}{1+x^2}$
- .

3. Izračunati površinu odsječka koji odsjeca prava
- $y = 3 - 2x$
- na paraboli
- $y = x^2$
- .

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu:
- $y' \sin x - y \cos x = 1$
- , ako je
- $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
- .

GRUPA D

1. Trojke vektora
- $\{a_1, a_2, a_3\}$
- i
- $\{b_1, b_2, b_3\}$
- čine bazu vektorskog prostora
- V_3
- . Ako je
- $a_1 = (1, 1, 2), a_2 = (2, 3, -1), a_3 = (-1, 0, 1), b_1 = (1, 0, 0), b_2 = (2, 2, 1)$
- i
- $b_3 = (3, 3, 2)$
- , odrediti koordinate vektora
- $c = a_1 - 2a_2 + a_3$
- u odnosu na bazu
- $\{b_1, b_2, b_3\}$
- .

2. Grafik parabole
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- prolazi kroz tačke
- $A(2, 4), B(-1, -2), C(-2, 0)$
- . Naći nepoznate parametre
- a, b, c
- , pa zatim ispitati funkciju
- $y = \frac{f(x)}{a+b+2c+(3a+c)x}$
- i nacrtati joj grafik.

3. Izračunati integral:
- $I = \int x \ln \sqrt{2x+1} dx$
- .

4. Naći partikularno rješenje jednačine
- $(y^2 - 3x^2)dy + xydx = 0$
- koje prolazi kroz tačku
- $T(0,1)$
- .

GRUPA A

1. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra
- a
- :

$$(a-1)x + y + z = 1$$

$$2x + (a-2)y + z = a-2$$

$$x - y + (a-1)z = a$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:
- $y = \frac{1}{e^{2x} - 1}$
- .

3. Izračunati integral:
- $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin 2x dx$
- .

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu:
- $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$
- .

GRUPA B

Riješiti matricnu jednačinu: $(A - 2I)^{-1} \cdot X \cdot (A + I) = 2A$, ako je $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, a I je jedinična

matrica trećeg reda.

1. Odrediti konstante
- p
- i
- q
- tako da funkcija
- $y = \frac{x^2}{x^2 + px + q}$
- ima ekstrem u tački
- $T\left(-2, \frac{4}{3}\right)$
- .

Zatim ispitati tako dobijenu funkciju i nacrtati njen grafik (bez analize drugog izvoda).

2. Izračunati površinu koju zatvaraju kriva
- $y = \operatorname{tg} x$
- , prava
- $x = \frac{\pi}{4}$
- i
- x
- osa.

3. Naći ekstreme funkcije
- $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$
- .

GRUPA C

1. Napisati u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksni broj

$$z = \frac{-1-i}{2}, \text{ zatim naći } z^{14}.$$

2. Grafik funkcije
- $y = x + \frac{m}{x-1}$
- prolazi kroz tačku
- $M\left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$
- . Odrediti
- m
- pa zatim ispitati dobijenu funkciju i nacrtati njen grafik.

3. Izračunati integral:
- $I = \int \frac{x^6}{1-x^4} dx$
- .

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu:
- $y' = \frac{x+y}{x-3y}$
- .

GRUPA D

1. Za koju vrijednost parametra
- m
- vektori
- $a = (m, 1+m, 1)$
- ,
- $b = (0, m, 1)$
- ,
- $c = (-1, -1, m+3)$
- čine bazu trodimenzionalnog vektorskog prostora?

2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:
- $y = \ln(4-x^2)$
- .

3. Izračunati integral
- $A = \int \frac{\ln^2 x - \ln x - 5}{x(\ln^2 x + 2 \ln x - 3)} dx$
- .

4. Naći uslovne ekstreme funkcije
- $z = y + 2x + 3$
- uz uslov
- $x^2 - 6x + y + 5 = 0$
- .

GRUPA A

1. U razvoju binoma $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}\right)^{12}$ odrediti član koji ne sadrži x .
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^2}{x^4 - 1}$.
3. Izračunati integral: $I = \int \frac{x^5 + 2x^3 - 4}{(x-2)(x^2 + x + 1)} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$.

GRUPA B

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenje u zavisnosti od parametra λ :

$$(\lambda + 3)x + 4y - z = 1$$

$$(\lambda + 1)x - y - 2z = \lambda + 5$$

$$2x + (\lambda + 1)y + z = -\lambda - 6$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{\ln x - 1}{\ln x - 2}$.
3. Izračunati površinu figure ograničene parabolama $y = -x^2$, $y = x^2 - 2x - 4$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$.

GRUPA C

1. Diskutovati rang matrice $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & \lambda - 1 & 1 \\ 3 & \lambda & 4 & -1 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra λ .
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = e^{2x-x^2}$.
3. Izračunati integral: $I = \int_{\frac{3}{4}}^2 \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y = 2xy' + \ln(y')$.

GRUPA D

1. Izračunati $z = 2^{-6} (a - 2i)^{18}$, ako je $a = \frac{8+i}{3+2i} - 3 + 2i$.
2. Tjeme parabole $f(x) = x^2 + px + q$ je u tački $T\left(\frac{5}{2}, \frac{-9}{4}\right)$. Koristeći to izračunati nepoznate koeficijente p i q , pa zatim ispitati funkciju $y = \frac{f(x)}{f(x)+2}$ i nacrtati joj grafik.
3. U tačkama presjeka parabole $y = x^2 + x + 1$ i prave $y = x + 2$ povučene su tangente na parabolu. Naći površinu lika omeđenog parabolom i tangentama.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.