

Pismeni ispit iz Matematike za ekonomiste, 12.10.2010.

I grupa

1. Izračunati $\frac{(i\sqrt{3}-1)^{15}}{(1-i)^{20}} + \frac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{20}}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^3}{\ln^2 x}$.
3. Riješiti integral $\int \frac{x-4}{\sqrt{2x+x^2}} dx$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$.

II grupa

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra $t \in \mathbb{R}$:
$$x + y + 2z = 1$$
$$3x + (t + 1)y + 3z = t$$
$$2x + 2y + (t - 1)z = 1.$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{-x^2 - 4x - 4}{x^2 + 4x + 5}$.
3. Izračunati površinu figure koju čine linije $y^2 = 12x, x + y = 9$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y) y' = 1$.

III grupa

1. Ako je $\{a_1, a_2, a_3\}$ jedna baza vektorskog prostora V_3 , dokazati da i vektori $b_1 = -5a_1 + a_2 + 4a_3, b_2 = 2a_1 + 2a_2 + 2a_3, b_3 = a_1 + 3a_3$ takođe čine bazu prostora V_3 i izraziti vektore a_1, a_2, a_3 preko vektora b_1, b_2, b_3 .
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = (x^3 - 3x^2)e^{-x}$.
3. Riješiti integral $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' = \frac{y}{x} + \frac{\sqrt{x^2 + 2xy - y^2}}{y}$.

IV grupa

1. Naći sve racionalne članove u razvoju binoma $(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{12})^{17}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{1}{x^4 - 8x^2 + 15}$.
3. Izračunati površinu figure koju čine linije $y^2 = x, x = 2y - y^2$.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, ako je $2x^2 + 2y^2 = x^2 y^2$.