

Pismeni ispit iz predmeta Matematika (16.02.2010.)

Grupa I

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$\begin{aligned}x + y + bz &= 1 - b \\x - by - z &= 2 \\bx - y + z &= 2b .\end{aligned}$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = (x - 1)\ln^2(x - 1)$.

3. Izračunati integral $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^5 x \cos^7 x dx$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' - \frac{xy}{1+x^2} = \frac{x\sqrt{1+x^2}}{x^2-2x+2}$.

Grupa II

1. Riješiti matricnu jednačinu $(XA + B)^{-1}(XC + B) = C$, ako su $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ i

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^3 + 1}{2x^2 - 2}$.

3. Izračunati površinu figure koja je određena linijama $y = \frac{3}{x-2}$, $x + y = 6$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = x^2 - 2x - y - \ln(2 - y) + 4$.

Grupa III

1. Dati su vektori u četverodimenzionalnom vektorskom prostoru: $\vec{a} = (1, 1, 2, 3)$, $\vec{b} = (1, 2 - x^2, 2, 3)$, $\vec{c} = (2, 3, 1, 5)$, $\vec{d} = (2, 3, 1, 9 - x^2)$. Odrediti x tako da ti vektori budu linearno zavisni.

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = e^{\frac{1}{x^2-4x+3}}$.

3. Izračunati integral $\int_{-1}^1 \frac{2x^3 - 7x + 4}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$.

4. Naći ekstreme funkcije $z = (x^2 + y)\sqrt{e^y}$.

Grupa IV

1. Dokazati matematičkom indukcijom tvrdnju $7|(n^7 - n)$, gdje je $n \in \mathbb{N}$.

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^2}{2} + 8x^{-2}$.

3. Izračunati površinu figure koja je određena linijama $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $y = 10 - 2x$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(x^2 + 2x - 2y) dx - dy = 0$.

Grupa V

1. Izračunati: $(1 - \frac{\sqrt{3}-i}{2})^{24}(2 + \sqrt{3})^{12}$.

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{3\ln x - 5}{x^2}$.

3. Izračunati integral $\int \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$.

4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = xy$, ako je $x^2 + y^2 = 2ax$, $a > 0$.

Grupa VI

1. Odrediti član u razvoju binoma $\left(\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt[8]{a^3}} \right)^{35}$ koji sadrži b^6 .

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^2 - 1}{e^{x^2}}$.

3. Izračunati integral $\int \sqrt{\frac{x-2}{x+2}} dx$.

4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $2y - 2xy' = a(\sqrt{1+(y')^2} - y')$.