

Zadaci sa pismenog ispita radjenog 27.01.2009. iz predmeta MATEMATIKA, sve četiri grupe

1. Koliko racionalnih članova ima u razvoju $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$?

2. Naći sve vrijednosti korijena $\sqrt[3]{z}$ ako je $z = (\sqrt{3} - i)^9$.

3. Diskutovati o rangju matrice $M = \begin{bmatrix} a & b & 1 \\ 1 & ab & 1 \\ 1 & b & a \end{bmatrix}$ u zavisnosti od parametara a i b .

4. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 0 \\x + (\lambda + 1)y + 2z &= 1 \\x + 2y + (4\lambda + 1)z &= 2\end{aligned}$$

5. Ispitati funkciju $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ i nacrtati njen grafik.

6. Ispitati funkciju $y = (2x + 1)e^{-\frac{2}{x}}$ i nacrtati njen grafik.

7. Ispitati funkciju $y = 3\ln\frac{x}{x-3} - 1$ i nacrtati njen grafik.

8. Ispitati funkciju $y = -1 + \frac{1}{a - bx^3}$ i nacrtati njen grafik ako se zna da joj je prevojna tačka $P(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, -\frac{1}{3})$.

9. Izračunati integral $A = \int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$.

10. Izračunati integral $I = \int \frac{\arctg x^3}{x^2} dx$.

11. Izračunati površinu figure koju obrazuju linije: $y = 9 - x^2$, $x \geq 0$, $y = 8x$, $y = \frac{5}{2}x$.

12. Izračunati površinu dijela ravni koji se nalazi izvan kruga $x^2 + y^2 = 3$, a unutar elipse $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ i u prvom kvadrantu.

13. Naći ekstreme funkcije $z = -2x^2 + 4x^2y^2 - 2y^2$.

14. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = \ln(x + y)$, ako je $x^2 + 2y^2 = 4$.

15. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(2x^2 - y^2)y' = 6xy$.

16. Riješiti diferencijalnu jednačinu $3xy' + y + x^2y^4 = 0$.