

Pismeni ispit iz predmeta Matematika

Grupa A

1. Izračunati  $\frac{(\sqrt{3} + i)^{22}(1 - i)^{15}}{(-1 - i)^3}$ .
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = (x + 1)e^{\frac{1}{2}x^2 - x}$ .
3. Izračunati integral  $I = \int (x^2 + x) \ln \frac{2x + 1}{x - 1} dx$ .
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu  $2y + y'(2x + y') = 0$ .

Grupa B

1. Izračunati  $x$  ako se zna da u razvoju izraza  $(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x-1}}})^6$  zbir trećeg i petog člana iznosi 135.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = \frac{(2x - 1)(x^2 - 2x + 6)}{4x^2}$ .
3. Izračunati integral  $I = \int \frac{4x^3 + 1}{x^4 - x} dx$ .
4. Naći ekstreme funkcije  $z = (2x^2 + 3y^2)e^{-(x^2 + y^2)}$ .

Grupa C

1. Diskutovati rang matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 & 6 & 2 \\ 5 & 4 & 12 & 8 & 5 \\ 1 & 2 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & a \\ 3 & b & 6 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & 15 & 10 & 7 \end{bmatrix}$  u zavisnosti od parametara  $a$  i  $b$ .
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = \frac{x}{x - 1} \ln \frac{x}{x - 1}$  (bez analize drugog izvoda).
3. Izračunati integral  $I = \int \frac{8\cos x - \sin x}{2\cos x + \sin x} dx$ .
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu  $(x - y - 2)dx + (2x - y - 5)dy = 0$ .

Grupa D

1. Dokazati metodom matematičke indukcije da vrijedi za sve  $n \in \{2, 3, 4, \dots\}$ :  
$$\frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 8} + \dots + \frac{1}{\log_x 2^{n-1} \cdot \log_x 2^n} = (1 - \frac{1}{n}) \frac{1}{(\log_x 2)^2}$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik  $y = \frac{(x - 1)^4}{x^3}$ .
3. Izračunati površinu figure koju ograničavaju linije  $x = y^2 - 2y - 3$  i  $y = 3 - 3x$ .
4. Naći stacionarne tačke funkcije  $z = xy \ln(x^2 + y^2)$ .