

Pismeni dio ispita iz Matematike, 23.06.2010.

I GRUPA

1. Riješiti matričnu jednačinu $A \cdot X^{-1} \cdot B = B \cdot A$, ako je $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = xe^{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}$.
3. Izračunati površinu manje figure koja je određena linjama $x^2 + y^2 = 16$, $x^2 = 12(y-1)$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = e^{-2x^2}(x-y^2)$.

II GRUPA

1. Izračunati x ako je treći član u razvoju binoma $(x^{\log x} + x)^5$ jednak 100.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^4 - 9x^2 + 12}{3x}$.
3. Izračunati površinu figure koja je određena linjama $y = \frac{16}{x^2}$, $y = 17 - x^2$ u prvom kvadrantu.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^3 - 5xy + 5y^2 + 7x - 15y$.

III GRUPA

1. Odrediti vrijednost parametra k tako da sistem
$$\begin{aligned}8z - 3x - 6y &= kx \\2x + y + 4z &= ky \\4x + 3y + z &= kz\end{aligned}$$

ima beskonačno mnogo rješenja. Zatim naći ta rješenja za najveću dobijenu vrijednost parametra k .

2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $\ln \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$.
3. Izračunati integral $I = \int_0^2 \ln \frac{x+4}{4-x} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y - xy' = a(1 + x^2 y')$, $a = \text{const}$.

IV GRUPA

1. Ako je $z = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$, izračunati sve vrijednosti korjena $\sqrt[3]{\left(z + \frac{1}{z} + i\right)^5}$.
2. Ispitati funkciju $y = \frac{ax+b}{x^2+x+1}$ i nacrtati joj grafik ako se zna da ona ima ekstrem u tački $T\left(1, \frac{2}{3}\right)$.
3. Izračunati integral $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$.