

Pismeni ispit iz Matematike za ekonomiste, 07.07.2010.

GRUPA A

1. Riješiti matricnu jednačinu $(AXB)^{-1} = B^{-1}(X^{-1} + B)$, ako je

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{\ln^2 x + 1}{x^2}$.
3. Izračunati integral $I = \int \frac{x^4}{x^4 + x^2 - 6} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' + \frac{y}{4x} + y^3 e^{\sqrt{x}} = 0$ ako je $y(1) = 1$.

GRUPA B

1. Naći sve vrijednosti korijena $\sqrt[6]{-27}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^2 + 10}{x^2 + 4x + 4}$.
3. Izračunati površinu figure određene linijama: $y = 8x - 2x^2$, $3x + y = 0$, $3x - y - 12 = 0$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x + y - \frac{3}{2} \ln(x^2 + y^2 + 1)$.

GRUPA C

1. Dokazati matematičkom indukcijom tvrdnju $5 \mid (n^5 - n)$, $n \in \mathbb{N}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = e^{\frac{x}{1-x}} - 1$.
3. Izračunati integral $I = \int \frac{dx}{x^5 - x^2}$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y^3 y' + 3xy^2 + 2x^3 = 0$.

GRUPA D

1. Dati su vektori $\mathbf{a} = (3m + 3, 1, m + 5)$, $\mathbf{b} = (3m - 4, 3m - 2, -2)$, $\mathbf{c} = (3 - 3m, 2 - 3m, 1)$. Odrediti sve vrijednosti parametra m tako da ovi vektori budu linearno zavisni, pa za najveću dobijenu vrijednost parametra m napisati vektor \mathbf{a} kao linearnu kombinaciju vektora \mathbf{b} i \mathbf{c} .
2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^3 - 2}{2x^2}$.
3. Izračunati površinu figure određene linijama: $y = -\frac{1}{2}x + 2$, $y = \sqrt{x - 1}$, $y = 0$.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = (x - 3)^2 + (y - 4)^2$ uz uslov $x^2 + y^2 = \frac{25}{4}$.