

Pismeni ispit iz Matematike za ekonomiste, 18.02.2011.

GRUPA A

1. Dokazati metodom matematičke indukcije da vrijedi: $54 \mid (2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2), n \in \mathbb{N}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^4 + x^2 - 2}{x^2 - 2}$.
3. Izračunati integral $\int \frac{5x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $x^2 yy' = 2x^3 - y^3$.

GRUPA B

1. Za koje vrijednosti parametra m vektori $\mathbf{a} = (2m, 1-m, 1)$, $\mathbf{b} = (-2m, m, 2m+2)$, $\mathbf{c} = (m, 1+m, 1-m)$ čine bazu trodimenzionalnog vektorskog prostora?
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = (x^2 + x)e^{\frac{1}{x}}$.
3. Izračunati površinu figure koja je ograničena linijama $x^2 + (y-1)^2 = 1$ i $x + y - 2 = 0$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' = \frac{2x - y + 6}{x + y - 9}$.

GRUPA C

1. Riješiti sistem jednačina
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 &= 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 &= 1 \end{aligned}$$
2. Ispitati funkciju $y = \frac{x^2 + ax + b}{x + 6}$ i nacrtati joj grafik ako su nule funkcije $x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{21}}{2}$.
3. Izračunati integral $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3} (1 + \sqrt[6]{x})} dx$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$.

GRUPA D

1. Diskutovati rang matrice $M = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ a & 2 & 2 & 2 \\ 9 & 9 & a & 3 \end{bmatrix}$ za razne vrijednosti parametra a .
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{\ln x}{1 - \ln x}$.
3. Izračunati površinu figure koja je ograničena linijama $y = x^2 - 2x + 2$, $x + 2y - 9 = 0$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^2 y^2 - 2xy^2 - 6x^2 y + 12xy$.