

Pismeni ispit iz Matematike za ekonomiste, 04.02.2011.

I grupa

1. Dokazati metodom matematičke indukcije da vrijedi: $20 \mid (4 \cdot 6^n + 5^{n+1} - 9), n = 0, 1, 2, \dots$
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = (1 - x^2)e^{x^2}$.
3. Izračunati integral $I = \int_1^{\frac{7}{4}} \frac{dx}{16x^2 - 32x + 25}$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.

II grupa

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:
$$x - y + 2mz = 1$$
$$x + 3y - 2(m+1)z = -4m^2$$
$$x + y - z = 0.$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^3 - 10}{x^2 - 7}$.
3. Izračunati površine dijelova kruga $x^2 + y^2 \leq 8$ koji je podijeljen parabolom $y = \frac{x^2}{2}$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y + xy' = 4\sqrt{y'}$.

III grupa

1. Naći primjenom Moivreovog obrasca formulu za $\sin 4x$ i $\cos 4x$.
2. Ispitati funkciju $y = \frac{x-3}{(x-a)(x-b)}$ i nacrtati joj grafik ako se zna da je $T\left(5, \frac{1}{9}\right)$ ekstrem funkcije.
3. Izračunati integral $\int \sqrt{x^2 - 2x - 8} dx$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(2x - 4y + 1)dx + (6y - 3x + 2)dy = 0$.

IV grupa

1. Riješiti matricnu jednačinu $(A + B)^{-1}AX^{-1} = A^{-1}$, ako je $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \frac{x^2}{\ln^2 x}$.
3. Izračunati površinu figure koju u ravni određuje parabola $y^2 = 3 - 2x$ i prava $x + 2y = 3$.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = x + y$ ako je $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$.