Grupa A - Pismeni ispit iz Matematike, 12.12.2013., ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka

1. Rješiti matričnu jednačinu $CXA + XB = A$ ako su $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 6 \\ 6 & -3 & -9 \\ -3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 10 \\ -3x_1 + 5x_2 - x_3 - \lambda(\lambda-1)\,x_4 &= 9-\lambda \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 &= 18 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + \lambda(\lambda-1)\,x_4 &= \lambda - 9 \end{aligned}$$

3. Neka je $\mathcal{B} = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ jedna baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$.

(40%) (*a*) Dokazati da je i skup $\mathcal{B}' = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ također baza prostora $\mathbb{R}^3$ gdje su $\vec{b}_1 = 14\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 32\vec{a}_3$, $\vec{b}_2 = 16\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 36\vec{a}_3$ i $\vec{b}_3 = -41\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - 93\vec{a}_3$.

(60%) (*b*) Odrediti koordinate vektora $\vec{a}_2$ u odnosu na bazu $\mathcal{B}'$ (drugim riječima napisati vektor $\vec{a}_2$ kao linearnu kombinaciju vektora iz baze $\mathcal{B}'$).

4. Odrediti definiciono područje, ekstreme, prevojne tačke, te intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije $y = \dfrac{3x^2 - 15x + 108}{x-5}$.

Grupa B - Pismeni ispit iz Matematike, 12.12.2013., ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka

1. Rješiti matričnu jednačinu $CXB + AX = C$ ako su $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 \\ -4 & -2 & -6 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & -4 & 4 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ

$$\begin{aligned} x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 4 \\ -3x_1 + 14x_2 - 10x_3 - \lambda(\lambda-3)\,x_4 &= -\lambda - 6 \\ 3x_1 - 14x_2 + 10x_3 &= 9 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + \lambda(\lambda-3)\,x_4 &= \lambda + 16 \end{aligned}$$

3. Neka je $\mathcal{B} = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ jedna baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$.

(40%) (*a*) Dokazati da je i skup $\mathcal{B}' = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ također baza prostora $\mathbb{R}^3$ gdje su $\vec{b}_1 = 22\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + 39\vec{a}_3$, $\vec{b}_2 = -24\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 43\vec{a}_3$ i $\vec{b}_3 = -2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_3$.

(60%) (*b*) Odrediti koordinate vektora $\vec{a}_2$ u odnosu na bazu $\mathcal{B}'$ (drugim riječima napisati vektor $\vec{a}_2$ kao linearnu kombinaciju vektora iz baze $\mathcal{B}'$).

4. Odrediti definiciono područje, ekstreme, prevojne tačke, te intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije $y = \dfrac{2x^2 - 6x + 2}{x-3}$.

Grupa C - Pismeni ispit iz Matematike, 12.12.2013., ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka

1. Rješiti matričnu jednačinu $AXC + XB = C$ ako su $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 2x_3 \qquad\qquad\qquad &= -8 \\ -4x_1 + 8x_2 + x_3 - \lambda(\lambda+2)\, x_4 &= 37 - \lambda \\ 2x_1 - 9x_2 + 5x_3 \qquad\qquad\qquad &= -28 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + \lambda(\lambda+2)\, x_4 &= \lambda \end{aligned}$$

3. Neka je $\mathcal{B} = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ jedna baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$.

(40%) (*a*) Dokazati da je i skup $\mathcal{B}' = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ također baza prostora $\mathbb{R}^3$ gdje su $\vec{b}_1 = 15\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 33\vec{a}_3$, $\vec{b}_2 = 3\vec{a}_1 + 6\vec{a}_3$ i $\vec{b}_3 = -29\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 - 63\vec{a}_3$.

(60%) (*b*) Odrediti koordinate vektora $\vec{a}_2$ u odnosu na bazu $\mathcal{B}'$ (drugim riječima napisati vektor $\vec{a}_2$ kao linearnu kombinaciju vektora iz baze $\mathcal{B}'$).

4. Odrediti definiciono područje, ekstreme, prevojne tačke, te intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije $y = \dfrac{4x^2 + 8x + 1}{x + 2}$.

Grupa C - Pismeni ispit iz Matematike, 12.12.2013., ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka

1. Rješiti matričnu jednačinu $AXC + XB = C$ ako su $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$.

2. Riješiti sistem jednačina

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 2x_3 \qquad\qquad\qquad &= -8 \\ -4x_1 + 8x_2 + x_3 - \lambda(\lambda+2)\, x_4 &= 37 - \lambda \\ 2x_1 - 9x_2 + 5x_3 \qquad\qquad\qquad &= -28 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + \lambda(\lambda+2)\, x_4 &= \lambda \end{aligned}$$

3. Neka je $\mathcal{B} = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ jedna baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$.

(40%) (*a*) Dokazati da je i skup $\mathcal{B}' = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ također baza prostora $\mathbb{R}^3$ gdje su $\vec{b}_1 = 15\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 33\vec{a}_3$, $\vec{b}_2 = 3\vec{a}_1 + 6\vec{a}_3$ i $\vec{b}_3 = -29\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 - 63\vec{a}_3$.

(60%) (*b*) Odrediti koordinate vektora $\vec{a}_2$ u odnosu na bazu $\mathcal{B}'$ (drugim riječima napisati vektor $\vec{a}_2$ kao linearnu kombinaciju vektora iz baze $\mathcal{B}'$).

4. Odrediti definiciono područje, ekstreme, prevojne tačke, te intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije $y = \dfrac{4x^2 + 8x + 1}{x + 2}$.