Ispit iz Matematike 2, 05. 02. 2009.

1. Izračunati površinu figure koju čine linije $y=-x^2-2x+3,\ y=-2x-6,\ y=6x-6.$
2. Izračunati integral $I=\int_0^1 x^5 dx \int_{x^2}^1 e^{y^2} dy$.
3. Izračunati pomoću trostrukog integrala zapreminu i težište tetraedra OABC, ako je $O(0,0,0),\ A(-1,1,0),\ B(1,1,0),\ C(0,0,2)$.
4. Izračunati cirkulaciju vektorskog polja $\vec{v}=\left(e^{y-z},e^{z-x},e^{x-y}\right)$ duž odsječka prave od tačke $O(0,0,0)$ do tačke $T(1,3,5)$.

Matematika 2 (stari program), 05. 02. 2009.

1. Diskutovati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\sqrt{4n^2+1}-2n\right)^p}{4n^2+1}$ u zavisnosti od parametra *p*.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $4xy^3y'=4y^4+x^4$.
3. Izračunati pomoću trostrukog integrala zapreminu i težište tetraedra OABC, ako je $O(0,0,0),\ A(-1,1,0),\ B(1,1,0),\ C(0,0,2)$.
4. Izračunati cirkulaciju vektorskog polja $\vec{v}=\left(e^{y-z},e^{z-x},e^{x-y}\right)$ duž odsječka prave od tačke $O(0,0,0)$ do tačke $T(1,3,5)$.

Ispit iz Matematike 2, 19. 02. 2009.

1. Izračunati integrale $A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^3 x}{\sin^2 x+3}dx,\ B=\int_0^1 \arccos x\, dx.$
2. Naći uslovne ekstreme funkcije $z=\ln(x+y)$, ako je $x^2+2y^2=4.$
3. Izračunati krivolinijski integral $I=\int_{(0,0,1)}^{(1,2,5)}\left(x^2-2yz\right)dx+\left(y^2-2xz\right)dy+\left(z^2-2xy\right)dz.$
4. Izračunati integral diferenciranjem po parametru $I(\alpha)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln\left(\alpha^2-\sin^2 x\right)dx$

Matematika 2 (stari program), 19. 02. 2009

1. Dokazati po definiciji da red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)^2 (2n+1)^2}$ konvergira i izračunati mu sumu.

2. Riješiti sistem jednačina $\begin{array}{l} \dot{x} = 3x - y - 2z \\ \dot{y} = -x + 4y + z \\ \dot{z} = -2x + y + 3z \end{array}$.

3. Izračunati krivolinijski integral $I = \int_{(0,0,1)}^{(1,2,5)} (x^2 - 2yz)dx + (y^2 - 2xz)dy + (z^2 - 2xy)dz.$

4. Izračunati integral diferenciranjem po parametru $I(\alpha) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\alpha^2 - \sin^2 x)dx$

Pismeni dio ispita iz Matematike 2, 23. 04. 2009.

1. Izračunati zapreminu rotacionog tijela koje nastaje rotiranjem krive $y = e^{2x} \sin 3x,$ oko x – ose za $x \in [0, \ln 2]$.
2. Naći ekstreme funkcije $z = \frac{(1+x)(1+y)(x+y)}{x^2 y^2}$.
3. Izračunati dvostruki integral $I = \iint_D xydx\,dy,$ ako je D oblast ograničena kružnicom $x^2 + y^2 = 6x + 5.$
4. Izračunati pomoću Greenove formule krivolinijski integral $I = \oint_c (x+y)^2 dx - (x^2 + y^2)dy,$ ako je c kontura trougla $ABC,$ $A(1,1), B(3,2), C(2,5)$.
5. Izračunati površinski integral $I = \iint_S xdydz + ydxdz + zdxdy,$ ako je S vanjska strana sfere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$

Parcijalni: 1 – 3 ; Integralni: 1,2,4,5

Stari program:

1. Naći oblast konvergencije reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+1}} \ln \frac{3n+2}{3n-2}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(3x + 4y + 1)y' + 2x + 3y + 1 = 0.$
3. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno površima $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 3z.$
4. Izračunati krivolinijski integral $I = \int_c (x - y)ds,$ ako je c kontura kružnice $x^2 + y^2 = 5x.$

Pismeni dio ispita iz Matematike 2, 25. 06. 2009.

1. Izračunati integrale $A=\int\limits_0^1 \sqrt{4-x^2}\,dx$ i $B=\int\limits_{6-\sqrt{2}}^{7} \dfrac{dx}{\sqrt{-34+12x-x^2}}$.
2. Dokazati da tangentne ravni površi $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}\ \left(a>0\right)$ odsjecaju od koordinatnih osa odsječke čiji je zbir jednak a.
3. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno površi $\left(x^2+y^2+z^2\right)^3=a^2\left(x^2+y^2\right)^2$.
4. Odrediti konstante a i b tako da vektorsko polje $\vec{v}=\left(3x^2+ay^2\right)\vec{i}+\left(2xy-z^2\right)\vec{j}+byz\vec{k}$ bude potencijalno, pa zatim naći njegov potencijal.

Stari program:

1. Razviti u Fourierov red u intervalu $\left(5,15\right)$ funkciju $f\left(x\right)=10-x$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y''+2y'-3y=2xe^{-3x}+\left(x-1\right)e^{x}$.
3. Izračunati integral $I\left(\alpha\right)=\int\limits_1^2 \dfrac{\ln\left(\alpha x\right)}{x}dx$ pomoću diferenciranja po parametru.
4. Izračunati krivolinijski integral $I=\int\limits_c \dfrac{x^2dy-y^2dx}{\sqrt[3]{x^5}+\sqrt[3]{y^5}}$, ako je c kontura data u parametarskom obliku $c: x=8\cos^3 t,\ y=8\sin^3 t,\ 0\le t\le \dfrac{\pi}{2}$.

Pismeni dio ispita iz Matematike 2, 09. 07. 2009.

1. Izračunati površinu figure koju čine linije $y=\ln x,\ y=\ln\left(2-x\right),\ y=2$.
2. Izračunati dvostruki integral $I=\iint\limits_D \dfrac{dx\,dy}{\sqrt{2a-x}}$, ako je D oblast ograničena kružnicom $\left(x-a\right)^2+\left(y-a\right)^2=a^2$.
3. Izračunati krivolinijski integral $I=\int\limits_c xy\,dx$, ako je c dio pozitivno orjentisane kružnice $x^2+y^2=4$ od tačke $A\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ do tačke $B\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$.
4. Izračunati površinski integral: $I=\iint\limits_S \dfrac{dS}{\left(1+z\right)^2}$ ako je S sfera $x^2+y^2+z^2=1$.

Stari program:

1. Za koje $\alpha\in\mathbb{R}$ konvergira red $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(e^{1-\cos\frac{1}{n}}-1\right)^{\alpha}\sin\dfrac{1}{\sqrt{n}}$?
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $\left(3y^2+3xy+x^2\right)dx=\left(x^2+2xy\right)dy$.
3. Izračunati trostruki integral $I=\iiint\limits_{\Omega} z\,dx\,dy\,dz$, ako je Ω oblast ograničena konusom $z=\dfrac{h}{R}\sqrt{x^2+y^2}$ i ravni $z=h,\ h>0,\ R>0$.
4. Izračunati pomoću formule Gauss – Ostrogradski ili direktno površinski integral:
$$\iint\limits_S xz\,dx\,dy+xydy\,dz+yz\,dz\,dx\ ,$$
gdje je S vanjska strana piramide $x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$.

Pismeni dio ispita iz Matematike 2, 10. 09. 2009.

1. Izračunati obim i površinu figure ograničene krivim $y=\frac{x^2}{3}$ i $y=\frac{1}{6}x^2-2x$.
2. Izračunati krivolinijski integral druge vrste $\int\limits_c y^2dx-x^2dy$ između tačaka $A(0,1)$ i $B(1,0)$:

   a) po pravoj AB b) po luku kruga $x^2+y^2=1$
3. Izračunati $\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dxdydz$ pri čemu je V određeno nejednačinama $x^2+y^2+z^2\geq 4$ i

   $x^2+y^2+z^2\leq 4z$.
4. a) Naći jednačinu tangentne ravni na plohu $z=\ln(1+x^2+y^2)+\sqrt{xy+8y^2}$ u tački $T(1,1,z_T)$

b) Odrediti ∇u gdje je $u=\frac{x}{x^2+y^2+z^2}$. Koliki je ugao među gradijentima ovog skalarnog polja u tačkama $A(1,2,2)$ i $B(-3,1,0)$.

Stari program

1. Razložiti funkciju $y=x\cos x$ u Fourierov red u intervalu $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $xy'-y+\ln x=0$ uz početni uslov $y(1)=3$.
3. Izračunati krivolinijski integral $I=\int\limits_c x^2y^2dx+dy+z\,dz$, ako je c kontura kružnice

   $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z=1 \end{cases}$.
4. Odrediti konstante a i b tako da vektorsko polje $\vec{v}=\left(3x^2+ay^2\right)\vec{i}+\left(2xy-z^2\right)\vec{j}+byz\vec{k}$ bude potencijalno, pa zatim naći njegov potencijal.

Pismeni dio ispita iz Matematike 2, 24. 09. 2009.

1. Izračunati integral $I=\int\limits_1^{e^2}\sin\left(3\ln x\right)dx.$
2. Naći ekstreme funkcije $z=y^2-xy-x^2y+x^3$.
3. Izračunati integral $I(\alpha)=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\ln\frac{1+\alpha\sin x}{1-\alpha\sin x}\cdot\frac{dx}{\sin x},\ \alpha^2<1.$ diferenciranjem po parametru α.
4. Izračunati površinski integral $I=\iint\limits_S yzdy\,dz+zx\,dz\,dx+xz\,dx\,dy,$ gdje je S vanjska strana

   tetraedra $OABC$ čiji su vrhovi $O(0,0,0),A(1,0,0),B(0,3,0),C(0,0,4)$.

Stari program

1. Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \arcsin\frac{1}{\sqrt{n}}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' - \frac{xy}{1+x^2} = \frac{x\sqrt{1+x^2}}{x^2-2x+2}$.
3. Odrediti Laplasovu transformaciju funkcije $f(t) = t^2 e^{3t} \sin 6t$.
4. Izračunati zapreminu tijela ograničenog površima $z = e^{1-x^2-y^2}$ i $z = 1$.

Pismeni dio ispita iz Matematike 2, oktobar 2009.

1. Izračunati dvostruki integral $I = \iint_D \sqrt{x^2+y^2}$, gdje je D ograničena oblast: $D: x^2+y^2 \le 2y; x^2+y^2 \ge 1$.
2. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = x^2+xy+y^2$, ako je $4x^2+4xy+y^2 = 1$.
3. Izračunati krivolinijski integral $I = \int_{(0,1,2)}^{(1,2,4)} \frac{xdx+ydy+zdz}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}}$.
4. Naći fluks vektorskog polja $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z^2\vec{k}$ kroz donju stranu otvorene površi $z = 2(x^2+y^2)$, $z \le 2$ kao površinski integral prve vrste.

Stari program

1. Izračunati po definiciji sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\ln n + \ln(n+2) - 2\ln(n+1)\right]$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' + \frac{1}{y'} = \frac{y}{x}$.
3. Izračunati trostruki integral $I = \iiint_\Omega z^3 dx\,dy\,dz$, ako je Ω oblast u prvom oktantu data nejednačinama $x \le y \le x\sqrt{3}, 0 \le z \le \sqrt{1-x^2-y^2}$.
4. Izračunati $I = \int_c (x-y)\,ds$, gdje je c dio lemniskate $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$ u kome je $x \ge 0$.