ISPIT IZ MATEMATIKE II   01. 02. 2008.

Prva godina:

1. Izračunati dužinu luka krive $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$ za $1 \le x \le 3$.
2. Izračunati dvostruki integral: $I = \iint_D \sqrt{9 - x^2 - y^2}\,dx\,dy,$ ako je D gornja polovina kruga $x^2 + y^2 \le 3x.$
3. Dokazati da krivolinijski integral $I = \int_c \frac{(x+2y)\,dx + y\,dy}{(x+y)^2}$ ne zavisi od vrste konture c, pa ga izračunati ako je početak konture c tačka $A(1,1),$ a završetak u tački $B(3,1).$
4. Izračunati integral $I(\alpha) = \int_0^1 arctg\frac{x}{\alpha}dx$ diferenciranjem po parametru α.

Druga godina:

1. Naći oblast konvergencije i sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $xy' = \sqrt{y^2 - x^2} + y$.
3. Izračunati zapreminu tijela ograničenog površi $\Omega : \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^3 = a^2 z^4$.
4. Izračunati pomoću Stoksove formule ili direktno $I = \oint_c y^2dx + z^2dy + x^2dz$, ako je c kontura trougla ABC, $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,-3)$, prijeđena u pozitivnom smislu.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II   15. 02. 2008.

Prva godina:

1. Izračunati integrale: $A = \int_{-0,5}^{-0,25} \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$ i $B = \int_0^1 \arcsin\frac{x}{2}dx$.
2. Odrediti jednačinu tangentne ravni na površ $\frac{x^2}{21} + \frac{y^2}{6} + \frac{z^2}{4} = 1$ koja je paralelna ravni $4\mathrm{x} + 4\mathrm{y} - 6\mathrm{z} + 3 = 0$.
3. Izračunati površinski integral $I = \iint_S \frac{dS}{(1+x+z)^2},$ gdje je S dio ravni $x + y + z = 1$ u prvom oktantu.
4. Izračunati trostruki integral $I = \iiint_\Omega \left(x^2 + y^2 + z^2\right)dx\,dy\,dz,$ ako je Ω oblast ograničena površi $3\left(x^2 + y^2\right) + z^2 = 3a^2$.

Druga godina:

1. Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{\pi}{\sqrt{n}}\right)$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y''+2y'+y=xe^{-x}+x^2$.
3. Izračunati dvostruki integral $I=\iint_D dx\,dy$, ako je D oblast ograničena krivom $\left(x^2+y^2\right)^2=2ax^3,\ a>0$.
4. Transformisati integral $I=\int_c\left(xy^2+z^3\right)dx+\left(x^2+z^2y^3\right)dy+\left(x^2z+y^2\right)dz$ pomoću Stoksove formule u površinski integral.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 14. 04. 2008.

Prva godina:

1. Izračunati zapreminu tijela nastalog obrtanjem oko x – ose figure omeđene krivom $y=2x+3-x^2$ i x – osom.
2. Izračunati pomoću dvostrukog integrala zapreminu tijela ograničenog površima $z=1+x+y,\ x+y=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.
3. Izračunati krivolinijski integral: $I=\int_c 6x^2y\,dx+10xy\,dy$, ako je c luk krive $y=x^3$ od tačke $A(1,1)$ do tačke $B(2,8)$.
4. Data je funkcija $z=\arcsin\frac{x}{x+y}$. izračunati ugao između gradijenata ove funkcije u tačkama $M_1(1,1)$ i $M_2(3,4)$.

Druga godina:

1. Razviti u Fourierov red funkciju $f(x)=2x-3$ u intervalu $[-\pi,\pi]$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y'-ytgx=y^4\cos x$.
3. Izračunati površinski integral $I=\iint_S xyz\,dS$, ako je S dio ravni $x+y+z=1$ u I oktantu.
4. Dokazati da je vektorsko polje potencijalno i naći njegov potencijal:
$$\vec{v}=2x\left(y^2+z^2\right)\vec{i}+2y\left(x^2+z^2\right)\vec{j}+2z\left(x^2+y^2\right)\vec{k}.$$

PARCIJALNI PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 26. 04. 2008.

1. Napisati jednačinu tangentne ravni i normale na površ $2^{\frac{x}{z}}+2^{\frac{y}{z}}=8$ u tački $M(2,2,1)$.
2. Izračunati dvostruki integral $I=\iint_D\left(x^2+4y^2+9\right)dx\,dy$, ako je D krug $x^2+y^2\le 4$.
3. Izračunati zapreminu oblasti koja je ograničena površima $(x-1)^2+y^2=z$ i $2x+z=2$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 19. 06. 2008.

Prva godina:

1. Naći ekstreme funkcije $z = x^2 + 3xy - 8\ln x - 6\ln y$.
2. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno oblašću $\Omega: z = xy,\ y = \sqrt{x},\ x + y = 2,\ y = 0,\ z = 0.$
3. Izračunati integral $I(\alpha) = \int_0^1 \ln\left(x^2 + \alpha^2\right)dx,\ \alpha > 0.$ diferenciranjem po parametru α.
4. Izračunati površinski integral $I = \iint_S xyz\,dx\,dy,$ ako je S vanjska strana gornje polovine sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Druga godina:

1. Naći oblast konvergencije reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{n!}(x+2)^n$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y' = (3x - 2y + 1)^3$.
3. Odrediti Laplasovu transformaciju funkcije $f(t) = 2t^2 \sin 4t - 5te^{6t}$.
4. Izračunati pomoću Stoksove formule ili direktno $I = \oint_c y^2dx + z^2dy + x^2dz$, ako je c kontura trougla ABC, $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,-3)$, prijeđena u pozitivnom smislu.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 03. 07. 2008.

Prva godina

1. Naći dužinu luka krive $y = \sqrt{(x-1)^3}$ između tačaka $A(2,1)$ i $B(5,8)$.
2. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno oblašću $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 = a^2,\ x^2 + y^2 + z^2 = b^2,\ x^2 + y^2 = z^2,\ z \geq 0\ (0 < a < b)$.
3. Izračunati krivolinijski integral $I = \int_c 2xy\,dx - x^2dy,$ ako je c dio parabole od tačke $O(0,0)$ do tačke $A(2,1)$, pri čemu je parabola simetrična u odnosu na
   a) x – osu
   b) y – osu
4. Izračunati površinski integral $I = \iint_S \frac{dS}{\sqrt{x^2 + y^2}},$ ako je S površ dobijena u presjeku površi $z = xy$ i $x^2 + y^2 = R^2$.
5. Izračunati cirkulaciju vektorskog polja $\vec{v} = e^{y-z}\vec{i} + e^{z-x}\vec{j} + e^{x-y}\vec{k}$ duž odsječka prave od tačke $O(0,0,0)$ do tačke $T(1,3,5)$.

Parcijalni: 3. – 5. , Integralni: 1. – 4.

Druga godina

1. Razviti u Fourierov red funkciju $f(x) = 2x+1$ u intervalu $[-\pi, \pi]$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y'' + y = x^2 + \sin x$.
3. Dokazati da krivolinijski integral $I = \int_c \frac{(x+2y)\,dx + y\,dy}{(x+y)^2}$ ne zavisi od vrste konture c, pa ga izračunati ako je početak konture c tačka $A(1,1)$, a završetak u tački $B(3,1)$.
4. Izračunati površinski integral $I = \iint_S xyz\,dx\,dy$, ako je S vanjska strana gornje polovine sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ u prvom oktantu.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 09. 09. 2008.

Prva godina

1. Izračunati integrale: $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2-\sin x}$, $B = \int_0^1 x^{15}\sqrt{1+3x^8}\,dx$.
2. Izračunati dvostruki integral $I = \iint_D dx\,dy$, ako je oblast integracije D omeđena linijama $x^2 + y^2 = x$, $x^2 + y^2 = 2x$, $y = x$, $y = x\sqrt{3}$.
3. Odrediti koordinate težišta tijela koje je omeđeno oblašću $\Omega : x^2 + y^2 = z,\ x + y = 1,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0.$
4. Izračunati integral $I(\alpha) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\frac{1+\alpha\cos x}{1-\alpha\cos x}\cdot\frac{dx}{\cos x}$, $|\alpha| < 1$ diferenciranjem po parametru α.

Druga godina

1. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=2}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$ koristeći Cauchyjev integralni kriterij.
2. Riješiti sistem linearnih diferencijalnih jednačina:
$$\dot{x} = 2x + 2z - y,\quad \dot{y} = x + 2z,\quad \dot{z} = y - 2x - z.$$
3. Izračunati zapreminu oblasti koja je ograničena površima $(x-1)^2 + y^2 = z$ i $2x + z = 2$.
4. Izračunati cirkulaciju polja $\vec{v} = 2x^2\vec{i} - y^3\vec{j} + z\vec{k}$ duž odsječka prave između tačaka $A(1,2,6)$ i $B(3,5,2)$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 23. 09. 2008.

Prva godina

1. Izračunati površinu lika u ravni ograničenog linijama $x=(y-1)^2$ i $2x-y-2=0$.
2. Naći ekstreme funkcije $z=\dfrac{x^3}{3}+x^2y+xy^2-9x$.
3. Izračunati trostruki integral $I=\iiint\limits_{\Omega} z\,dx\,dy\,dz$, ako je Ω oblast ograničena konusom

   $z=\dfrac{h}{R}\sqrt{x^2+y^2}$ i ravni $z=h,\ h>0,\ R>0.$
4. Izračunati pomoću Greenove formule krivolinijski integral

   $I=\int\limits_c \left(x^2\sin y+2y^2\right)dx+\left(\dfrac{1}{3}x^3\cos y-2\right)dy,$ ako je *c* gornja polovina kružnice $x^2+y^2=2x$

   od tačke $A(2,0)$ do tačke $O(0,0)$, koja je sa donje strane zatvorena linijom *OA*.

Druga godina

1. Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1-\cos\dfrac{\pi}{\sqrt{n}}\right)$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y=x(y')^2+(y')^3$.
3. Izračunati krivolinijski integral $I=\int\limits_c \dfrac{ds}{x^2+y^2+z^2}$, ako je *c* luk zavojnice

   $x=a\cos t,\ y=a\sin t,\ z=bt,\ 0\le t\le 2\pi.$
4. Naći original *f(t)* pri Laplasovoj transformaciji $F(z)=\dfrac{1}{\left(z^2-3\right)\left(z^2+4\right)}$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 14. 10. 2008.

Prva godina

1. Odrediti jednačinu tangentne ravni na površ $\frac{x^2}{21}+\frac{y^2}{6}+\frac{z^2}{4}=1$ koja je paralelna ravni $z=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}y+\frac{1}{2}$.
2. Izračunati trostruki integral $I=\iiint\limits_{\Omega} y\,dx\,dy\,dz,$ ako je $\Omega: x^2=2y,\ y+z=1,\ 2y+z=2.$
3. Izračunati površinski integral $I=\iint\limits_{S} zdS$, gdje je S dio sfere $x^2+y^2+(z-3)^2=4$ za koju je $z\le 2$;
4. Dato je skalarno polje $z=arc\,tg\frac{x+y}{1-xy}$ Odrediti ugao kojeg zatvaraju gradijenti tog polja u tačkama $A(1,0)$ i $B(2,-1)$.

Druga godina

1. Ispitati konvergenciju reda $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(xy'-1)\ln x=2y$.
3. Izračunati površinski integral $I=\iint\limits_{S} zdS$, gdje je S dio sfere $x^2+y^2+(z-3)^2=4$ za koju je $z\le 2$;
4. Dato je skalarno polje $z=arc\,tg\frac{x+y}{1-xy}$ Odrediti ugao kojeg zatvaraju gradijenti tog polja u tačkama $A(1,0)$ i $B(2,-1)$.