PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 31.01.2007.

Prva godina:

1. Naći sve ekstreme funkcije $z = e^{2x}\left(x + y^2 + 2y\right)$.

2. Izračunati zapreminu tijela ograničenog dijelom površi $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^3 = \dfrac{a^6 z^2}{x^2 + y^2}, a > 0$ u I oktantu.

3. Pomoću Greenove formule izračunati $\oint\limits_c (xy + x + y)\,dx + (xy + x - y)\,dy$, gdje je c kontura kruga $x^2 + y^2 = ax$ pređena u pozitivnom smjeru.

4. Izračunati površinski integral $I = \iint\limits_S x^2 y^2 z\,dx\,dy$, ako je S vanjska strana gornje polovine sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Druga godina:

1. Naći oblast konvergencije reda: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$.

2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $\left(2x^3 - xy^2\right)dx + \left(2y^3 - x^2 y\right)dy = 0$.

3. Izračunati trostruki integral $I = \iiint\limits_{\Omega} \dfrac{dx\,dy\,dz}{(x + y + z + 1)^3}$, ako je Ω oblast omeđena koordinatnim ravnima i ravni $x + y + z = 1$.

4. Izračunaj fluks vektora $\vec{v} = (x - 2z)\vec{i} + (3z - 4x)\vec{j} + (5x + y)\vec{k}$ kroz spoljnju stranu piramide čiji su vrhovi M(1,0,0), N(0,1,0), P(0,0,1), O(0,0,0).

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 22.02.2007.

Prva godina:

1. Naći jednačinu tangentne ravni i normale na površ $z = arctg\dfrac{y}{x}$ u tački $A\left(\sqrt{3},1\right)$.

2. Izračunati trostruki integral: $I = \iiint\limits_V \left(x^2 + y^2 + z\right)^3 dx\,dy\,dz$, ako je V oblast ograničena površima $x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 1$.

3. Izračunati pomoću krivolinijskog integrala II vrste površinu ravne figure ograničene konturom $c: x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t), 0 \le t \le 2\pi$.

4. Dokazati da je vektorsko polje potencijalno i naći njegov potencijal:

$$\vec{v} = 2x\left(y^2 + z^2\right)\vec{i} + 2y\left(x^2 + z^2\right)\vec{j} + 2z\left(x^2 + y^2\right)\vec{k}.$$

Druga godina:

1. Razviti funkciju $f(x)=x, 0\le x\le \pi$ u Fourierov red po kosinusima i iskoristiti nađeni razvoj da se sumira red $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $2(x+y)dy+(3x+3y-1)dx=0$ uz početni uslov $y(0)=2$.
3. Izračunati integral $I(\alpha)=\int_0^1 arctg\frac{x}{\alpha}dx$ diferenciranjem po parametru α ..
4. Naći Laplasovu transformaciju funkcije $f(t)=\int_0^t e^{t-u}\sin 5u du$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 11.04.2007.

Prva godina:

1. Izračunati dužinu luka krive $y=e^x$ za $0\le x\le \ln 7$.
2. Izračunati dvostruki integral $I=\iint_D e^{-\frac{x}{y}}dx\,dy$, ako je D oblast u ravni omeđena parabolom $y^2=x$ i pravama $x=0, y=1$.
3. Izračunati integral pomoću diferenciranja po parametru α :
$$I(\alpha)=\int_0^{\pi}\frac{\ln(1+\alpha\cos x)}{\cos x}dx,\ \alpha^2<1.$$
4. Primjenom formule Gauss – Ostrogradski izračunati površinski integral:
$$I=\iint_S 2x^2y\,dydz+3y^2x\,dxdz+z^2xy\,dxdy,$$
ako je S površ tijela omeđenog koordinatnim ravnima i dijelom sfere $x^2+y^2+z^2=1$ u I oktantu.

Druga godina:

1. Naći oblast konvergencije i sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{3n}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y''-5y'=3x^2+\sin 5x$.
3. Izračunati površinski integral $I=\int_S xyz\,dS$, ako je S dio ravni $x+y+z=1$ u I oktantu.
4. Dokazati da je vektorsko polje potencijalno i naći njegov potencijal:
$$\vec{v}=2x(y^2+z^2)\vec{i}+2y(x^2+z^2)\vec{j}+2z(x^2+y^2)\vec{k}.$$

Parcijalni ispit iz Matematike II

Zenica, 09.06. 2007.

1. Izračunati: $\int_{(-2,-1)}^{(3,0)} \left(x^4+4xy^3\right)dx+\left(6x^2y^2-5y^4\right)dy$.

2. Izračunati površinu dijela cilindra $x^2=2z$ koji je odsječen ravnima $x-2y=0,\ \ y=2x,\ \ x=2\sqrt{2}$.

3. Izračunati fluks vektora $\vec{v}=\left(xy,x^2y,y^2z\right)$ kroz vanjsku stranu tijela ograničenog površima $z=0, z=x^2+y^2,\ x^2+y^2=1$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 09.06.2007.

Prva godina:

1. Izračunati površinu koju zatvaraju krive: $y=4-\frac{2}{3}x^2$ i $y=\frac{x^2}{3}$.

2. Izračunati trostruki integral: $I=\iiint\limits_{\Omega} xy^2z^3\,dx\,dy\,dz$, ako je Ω oblast ograničena površima $z=0, x=1, x=y, z=xy$.

3. Izračunati: $\int_{(-2,-1)}^{(3,0)} \left(x^4+4xy^3\right)dx+\left(6x^2y^2-5y^4\right)dy$.

4. Izračunati fluks vektora $\vec{v}=\left(xy,x^2y,y^2z\right)$ kroz vanjsku stranu tijela ograničenog površima $z=0, z=x^2+y^2,\ x^2+y^2=1$.

Druga godina:

1. Ispitati konvergenciju reda: $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^3 n}$.

2. Riješiti sistem diferencijalnih jednačina: $$\begin{aligned}\dot{x}&=3x-y+z\\ \dot{y}&=x+y+z\\ \dot{z}&=4x-y+4z\end{aligned}$$

3. Izračunati dvostruki integral: $I=\iint\limits_{D} xy\,dx\,dy$, gdje je D oblast ograničena linijama $xy=1, x+y=\frac{5}{2}$.

4. Izračunati krivolinijski integral: $I=\int_c xy\,dx$, ako je c luk parabole $x=y^2$ od tačke $A(1,-1)$ do tačke $B(1,1)$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 07.07.2007.

Prva godina:

1. Izračunati površinu površi dobijene obrtanjem krive $y=\sin x$ oko x – ose za $x\in[0,\pi]$.
2. Izračunati integral: $I=\iint\limits_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}dx\,dy$, ako je D oblast data sa: $x^2+y^2\le 1, y\ge 0$.
3. Izračunati površinu eliptičnog valjka $x^2+3y^2=9$ između ravni $z=0$ i $z=x$.
4. Naći ugao kojeg zatvaraju gradijenti polja $u=\ln\left(x^2+xz^2+zy^3\right)$ i $v=arctg\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ u tački $T(1,0,0)$.

Druga godina:

1. Razviti funkciju $f(x)=x, 0\le x\le \pi$ u Fourierov red po kosinusima i iskoristiti nađeni razvoj da se sumira red $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $y=2xy'-4(y')^3$.
3. Izračunati zapreminu tijela ograničenog paraboloidom $z=x^2+3y^2$ i ravnima $x=0, y=1, y=x, z=0$.
4. Izračunati divergenciju polja $\vec{v}=\frac{x}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^p}\vec{i}+\frac{y}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^p}\vec{j}+\frac{z}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^p}\vec{k}$.

Odrediti *p* tako da dato polje bude solenoidno.

Parcijalni ispit iz Matematike II

1. Izračunati površinu eliptičnog valjka $x^2+3y^2=9$ između ravni $z=0$ i $z=x$.
2. Naći ugao kojeg zatvaraju gradijenti polja $u=\ln\left(x^2+xz^2+zy^3\right)$ i $v=arctg\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ u tački $T(1,0,0)$.
3. Izračunati krivolinijski integral: $I=\oint\limits_c y\,dx+z\,dy+x\,dz$, ako je *c* kriva $\begin{cases} x^2+y^2=r^2 \\ x^2=rz \end{cases}$.

Parcijalni ispit iz Matematike II 14.09. 2007.

1. Izračunati površinski integral $I=\iint\limits_S \sqrt[4]{x^2+y^2}\,dx\,dy$, ako je *S* donja strana kruga $x^2+y^2\le a^2$.
2. Izračunati integral diferenciranjem po parametru α: $I(\alpha)=\int_0^{\infty}\frac{arctg\alpha x}{x\left(1+x^2\right)}dx$.
3. Izračunati cirkulaciju polja $\vec{v}=x\vec{i}+y\vec{j}+(x+y-1)\vec{k}$ duž odsječka prave između tačaka $A(1,1,1)$ i $B(2,3,4)$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 14.09.2007.

Prva godina:

1. Izračunati integral: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos\frac{x}{2} dx$.
2. Naći sve ekstreme funkcije $z = \left(2ax - x^2\right)\left(2by - y^2\right)$, $(a, b > 0)$.
3. Izračunati površinski integral $I = \iint_S \sqrt[4]{x^2 + y^2}\, dx\, dy$, ako je S donja strana kruga $x^2 + y^2 \le a^2$.
4. Izračunati integral diferenciranjem po parametru α: $I(\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{arctg\alpha x}{x\left(1 + x^2\right)} dx$.

Druga godina:

1. Dokazati da je red $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}\right)$ konvergentan i naći mu sumu, računanjem n-te parcijalne sume reda.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $x(y' - y) = \left(1 + x^2\right)e^x$.
3. Izračunati integral: $I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x - x^2}} dy \int_0^a z\sqrt{x^2 + y^2}\, dz$ uvodeći cilindrične koordinate.
4. Dato je skalarno polje $z = \ln\left(x + \frac{1}{y}\right)$.

a) Odrediti gradijent polja z u tački $T(1, 2)$.

b) Odrediti tačke u kojima je $grad\, z = \vec{i} - \frac{16}{9}\vec{j}$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

Zenica, 28.09.2007.

Prva godina:

1. Izračunati integral: $I=\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$.
2. Naći uslovne ekstreme funkcije $z=y+2x+3$ uz uslov $x^2-6x+y+5=0$.
3. Izračunati trostruki integral: $I=\iiint\limits_{\Omega} z\,dx\,dy\,dz,$ ako je

$$\Omega: y=x, y=2x, 2x=1, x^2+y^2+z^2=1, z\geq 0.$$

4. Izračunati cirkulaciju polja $\vec{v}=x\vec{i}+y\vec{j}+(x+y-1)\vec{k}$ duž odsječka prave između tačaka

$A(1,1,1)$

i $B(2,3,4)$.

Druga godina:

1. Ispitati konvergenciju reda: $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^3 n}$.
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu: $(2x-y+1)dx-(x-2y+1)dy=0$.
3. Izračunati krivolinijski integral: $I=\int\limits_c xy\,dx+(x+y)\,dy,$ ako je c zatvorena kontura koju obrazuju

   linije $y=0, x=1, y=x^2.$
4. Naći original f(t) pri Laplasovoj transformaciji $F(z)=\frac{z^2+4z+1}{z^3+3z^2-4z}.$