

Prvi parcijalni ispit iz predmeta Matematika 1

Grupa A

1. Matematičkom indukcijom dokazati da je $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ djeljivo sa 17 za svaki prirodan broj n .
2. Dokazati da je proizvod svih n -tih korijena iz 1 jednak $(-1)^{n-1}$ (1 je iz skupa kompleksnih brojeva).

3. Riješiti jednačinu
$$\begin{vmatrix} 3x - 5 & -5 - 2x & x + 1 \\ 2x - 4 & -2 - 2x & x - 1 \\ 3x - 8 & 2 - 3x & 2x - 5 \end{vmatrix} = 0.$$

4. Dati su vektori $\vec{a} = (\lambda, -\lambda - 1, -\lambda - 2)$, $\vec{b} = (2, -1, -7)$ i $\vec{c} = (6, -3, -3)$. Odrediti parametar λ tako da $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \angle(\vec{a}, \vec{c})$ (ugao između vektora \vec{a} i \vec{b} bude jednak uglu između vektora \vec{a} i \vec{c}), pa za dobijenu vrijednost λ odrediti veličinu ugla.

Grupa B

1. Odrediti koji članovi u razvoju binoma $(\frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt[5]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{5}})^{23}$ su racionalni pa poslije toga naći njihovu vrijednost.
2. Dokazati da je proizvod svih n -tih korijena iz 1 jednak $(-1)^{n-1}$ (1 je iz skupa kompleksnih brojeva).
3. Riješiti matricnu jednačinu $(A + I)^{-1} \cdot X \cdot (3A + I) = 2A$ gdje je I jedinična matrica drugog reda a matrica $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$.

4. Diskutovati rang matrice $M = \begin{bmatrix} 14 & 4 & 2\lambda - 4 & -6 \\ 6 & 2 & -1 & -3 \\ 3\lambda + 4 & 2 & -2\lambda + 1 & -3 \\ 24 & 8 & -4 & -12 \end{bmatrix}$.