Pismeni ispit iz Matematike I, 11. 02.2011.

GRUPA A

1. Dokazati: $17 \mid \left(54^n + 3^n \cdot 16\right),\ n \in \mathbb{N}$.
2. Ako je vektor $\vec{n}$ komplanaran s vektorima $\vec{p}$ i $\vec{q}$ pri čemu je $\left|\vec{p}\right| = 2, \left|\vec{q}\right| = 4,$

   $\angle\left(\vec{p},\vec{q}\right) = \dfrac{\pi}{3}, \vec{n}\cdot\vec{p} = 8,\ \vec{n}\cdot\vec{q} = 16,$ odrediti jedinični vektor vektora $\vec{n}$ preko vektora $\vec{p}$

   i $\vec{q}$ i ugao između vektora $\vec{n}$ i $\vec{p}$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \dfrac{\ln^2 x}{x^3}$.
4. Izračunati integral $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^3}\,dx.$

GRUPA B

1. Izraziti preko trigonometrijskih funkcija višestrukih uglova izraze $\cos^3 x$ i $\sin^4 x$.
2. Izračunati obim, površinu i uglove paralelograma konstruisanog nad vektorima

   $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$ i $\vec{b} = 3\vec{p} - 4\vec{q},$ ako je $\left|\vec{p}\right| = 2, \left|\vec{q}\right| = 1, \angle\left(\vec{p},\vec{q}\right) = \dfrac{\pi}{6}.$
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = e^{\frac{x}{1-x}} - 1.$
4. Izračunati integral $\displaystyle\int \frac{\cos x + 2\sin x}{4\cos x + 3\sin x - 2}\,dx.$

GRUPA C

1. Riješiti matričnu jednačinu $XA^7 = X + A^6,$ ako je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$
2. Dati su vektori: $\vec{a} = \left(2\lambda, 1, 1-\lambda\right), \vec{b} = \left(-1, 3, 0\right), \vec{c} = \left(5, -1, 8\right).$

   a) Odrediti λ tako da vektor $\vec{a}$ zaklapa jednake uglove sa vektorima $\vec{b}$ i $\vec{c}.$

   b) Za nađeno λ odrediti ugao kojeg vektor $\vec{c}$ zaklapa prema ravni određenoj vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik: $y = \dfrac{x^3 + 3}{3x^2 - 7}.$
4. Izračunati integral $\displaystyle I = \int \frac{2x - 1}{\sqrt{\left(x-2\right)\left(3-x\right)}}\,dx$.