



**Univerzitet u Zenici**  
**Mašinski fakultet**

Odsjeci: Inženjerski dizajn proizvoda, Inženjerska ekologija, Menadžment proizvodnim tehnologijama, Održavanje  
Zenica, 04.10.2010.

Zadaća za parcijalni iz predmeta **Matematika I**, IV grupa

1. Dokazati metodom matematičke indukcije tvrdnju da za sve  $n \in \mathbb{N}$ :  $27|(10^n + 18n - 28)$ .

2. Odrediti  $x$  u izrazu  $(\frac{\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt{a^{x-1}}} + a^{x+1}\sqrt{a^{x-1}})^8$  tako da četvrti sabirnik iznosi  $56a^{5.5}$ .

3. Izračunati  $\frac{(i\sqrt{3} - 1)^{15}}{(1 - i)^{20}} + \frac{(-1 - i\sqrt{3})^{15}}{(1 + i)^{20}}$ .

4. Ako je  $a = 1 + i\sqrt{3}$ , riješiti jednačinu  $z^3 + 7i = \begin{vmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & 0 & a \\ 0 & a & 1 \end{vmatrix}$ .

5. Diskutovati rang matrice  $M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a & b & 1 \\ 1 & a & a^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b & a \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & ab & 1 \\ 1 & a^2 & a & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  u zavisnosti od parametara  $a$  i  $b$ .

6. Riješiti matricnu jednačinu  $XAB = C$ , gdje su  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  i

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

7. Rastaviti na faktore polinome:

a)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix}$  i b)  $\begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & a+b & a \\ a+b & a & b \end{vmatrix}$ .

8. Riješiti sistem jednačina Kroneker-Kapelijevom metodom i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ x - ay + 2z &= 1 \\ 2x + 2y - az &= 6 \end{aligned}.$$

9. Dati su vektori  $\vec{p} = \overrightarrow{BP} = (3, 4, -2)$ ,  $\vec{q} = \overrightarrow{BQ} = (4, 0, 2)$ ,  $\vec{s} = \overrightarrow{BS} = (2, 1, 1)$  gdje je  $B(-2, -1, 0)$ . Izračunati zapreminu tetraedra  $BPQS$  i površinu  $\triangle PQS$ .

10. Vektori  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  su komplanarni, međusobno nekolinearni i pri tome je  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{c}| = 5$  i  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$ . Naći intenzitet vektora  $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .

**Napomena:**

Zadaću riješiti u rukopisu na dvolisnicama i predati asistentu najkasnije do subote 13. 11. 2010. Studenti koji ne predaju zadaću na vrijeme i oni koji ne riješe tačno bar 50% zadatka neće moći izaći na parcijalni ispit.