



Univerzitet u Zenici
Mašinski fakultet

Odsjeci: Inženjerski dizajn proizvoda, Inženjerska ekologija, Menadžment proizvodnim tehnologijama, Održavanje
Zenica, 04.10.2010.

Zadaća za parcijalni iz predmeta **Matematika I**, II grupa

1. Dokazati metodom matematičke indukcije tvrdnju da za sve $n \in \mathbb{N}$:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 + \dots + (-1)^{n-1}n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}.$$

2. Naći sve iracionalne članove u razvoju binoma $(\sqrt[6]{5} + \sqrt[7]{12})^{17}$.

3. Riješiti jednačinu $x^6 + 3x^4 + x^2 + 3 = 0$ u skupu kompleksnih brojeva.

4. Naći sve vrijednosti korijena $\sqrt[4]{z}$ ako je $z = (-1 + i)^8$.

5. Diskutovati rang matrice $M = \begin{bmatrix} 7-a & -12 & 6 \\ 10 & -19-a & 10 \\ 12 & -24 & 13-a \end{bmatrix}$ u zavisnosti od parametara a .

6. Riješiti matričnu jednačinu $(A^{-1}X^{-1}B^{-1})^{-1} + B(X - I) = 2B$, gdje su $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ i

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

7. Izračunati:
$$\begin{vmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{2} + \sqrt{3} & 5\sqrt{3} + \sqrt{5} & \sqrt{5} + 2\sqrt{3} + \sqrt{7} \\ \sqrt{3} & 3\sqrt{2} & \sqrt{5} + \sqrt{8} & \sqrt{7} + 4\sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} & \sqrt{5} & \sqrt{7} \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} + \sqrt{5} & 8\sqrt{5} & \sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7} \end{vmatrix}.$$

8. Riješiti sistem jednačina Kramerovom metodom i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 1 \\ 3x + (t+1)y + 3z &= t \\ 2x + 2y + (t-1)z &= 1 \end{aligned}.$$

9. Vektori $\vec{d}_1 = \vec{v} + 3\vec{w}$ i $\vec{d}_2 = 5\vec{v} + 5\vec{w}$ su dijagonale paralelograma. Izračunati površinu tog paralelograma ako je $|\vec{v}| = 3$, $|\vec{w}| = 4$ i $\angle(\vec{v}, \vec{w}) = \frac{\pi}{6}$

10. Dati su vrhovi tetraedra $A(2, -3, 4)$, $B(-1, p, 5)$, $C(3, -2, -4)$, $D(-3, 0, 4)$ Odrediti p tako da je zapremina tetraedra jednaka $\frac{68}{3}$, a zatim izračunati visinu tetraedra spuštenu iz vrha A.

Napomena:

Zadaću riješiti u rukopisu na dvolisnicama i predati asistentu najkasnije do subote 13. 11. 2010. Studenti koji ne predaju zadaću na vrijeme i oni koji ne riješe tačno bar 50% zadataka neće moći izaći na parcijalni ispit.