

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 02.02.2007.

Grupa A

1. Odrediti koeficijent uz x^8 u razvoju trinoma $(x^2 + x + 1)^{10}$.
2. Rješiti i diskutovati sistem linearnih jednačina u zavisnosti od parametra a :

$$ax - 2y + z = 1$$

$$3x + (1-a)y + z = 0$$

$$3x - 2y + (a-2)z = -1$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{(x-1)^3}{(x+2)^2}$.

4. Izračunati integrale: $A = \int \sqrt{x^2 - 4x + 13} dx$ i $B = \int x^2 e^{4x} dx$.

Grupa B

1. Izračunati sve vrijednosti korjena: $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3i+3}}{i\sqrt{3}-1}}$.

2. Rješiti i diskutovati sistem linearnih jednačina u zavisnosti od parametra λ :

$$x + 2y + (\lambda - 2)z = 0$$

$$\lambda x - 3y + 4z = 0$$

$$4x + 2y + (\lambda - 5)z = 0$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{(x-1)^3}$.

4. Izračunati integrale: $A = \int \frac{2x^3 - x + 5}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$ i $B = \int x^3 \ln(x-1) dx$.

Grupa C

1. Izračunati $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^4$ na dva načina: pomoću Moavrove i pomoću Njutnove binomne formule.

2. Rješiti i diskutovati sistem linearnih jednačina u zavisnosti od parametra a :

$$ax + 2y + 4z = a + 1$$

$$x - 3y + 2az = -4$$

$$3x - y + 2az = 0$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{2x-1}{(x+1)^3}$.

4. Izračunati integrale: $A = \int \frac{2x^2 - 1}{\sqrt{3x - x^2}} dx$ i $B = \int \sin(\ln x) dx$.



PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I
GRUPA A

1. Koji ugao zatvaraju vektori \vec{a} i \vec{b} ako je istovremeno $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (2\vec{a} - \vec{b})$ i $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp (2\vec{a} + \vec{b})$.

2. Odrediti x tako da je $\text{rang} \begin{pmatrix} 4 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ x & 2 & 2 & 2 \\ 9 & 9 & x & 3 \end{pmatrix} = 3$

3. Ispitati i nacrtati graf funkciju $y = (3 - x^2)e^x$.

4. Izračunati neodređene integrale a) $\int \frac{xdx}{x^3 - 3x + 2}$ b) $\int \sin^2 x \cos^2 2x dx$

GRUPA B

1. Nad vektorima $\vec{a} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$ konstruisan je paralelogram. Ako je $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{q}| = 3$, $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$ izračunati dužinu dijagonala paralelograma i ugao između tih dijagonala.

2. Za koje a sistem jednačina

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 &= 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 &= a \end{aligned}$$

ima rješenja i naći ta rješenja.

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = (1 + x^2)e^{-x^2}$.

4. Izračunati integrale: a) $\int \frac{5x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$, b) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$.

GRUPA C

1. Pokazati da vektori $\vec{a} = (1, 1, m)$, $\vec{b} = (1, 1, m+1)$ i $\vec{c} = (1, -1, m)$ nisu komplanarni ni za koju realnu vrijednost broja m . Izračunati jednu od visina paralelopipeda konstruisanog nad datim vektorima.

2. Riješiti matricnu jednačinu: $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = e^{2x-x^2}$.

4. Izračunati integrale: a) $\int \frac{1}{1-x^3} dx$, b) $\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x} dx$.

Zenica, 19.04.2007.

Grupa A

1. Utvrditi u kom su odnosu prave $a: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{1}$ i $b: \frac{x}{5} = \frac{y+4}{-\frac{15}{2}} = \frac{z-2}{\frac{5}{2}}$ i naći jednačinu ravni koja ih sadrži.

2. Izračunati limes: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2 \cos x}$.

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{x}{\ln^2 x}$.

4. Izračunati integrale $A = \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{a^2 - \sin^2 x}}$ i $B = \int x^3 e^{ax} dx$.

Grupa B

1. Utvrditi u kom su odnosu prave $p: \frac{x-8}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-6}{4}$ i $q: \frac{x-7}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-3}{1}$ i naći jednačinu ravni koja ih sadrži.

2. Izračunati limes: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{\frac{x^2-4x}{2x+5}}$.

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{\ln^2 x}{x^3}$.

4. Izračunati integrale: $A = \int x^3 \cos 3x dx$ i $B = \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.



UNIVERZITET U ZENICI
MAŠINSKI FAKULTET U ZENICI

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I

Grupa A

Datum: 06.06.2007.

1. Diskutovati sistem jednačina u zavisnosti od realnog parametra λ :

$$x - y - z = -1$$

$$2x - y - \lambda z = -1$$

$$2\lambda x - \lambda y - 4z = -2$$

2. Riješiti integrale

a) $\int x^2 (\sin x + \cos x) dx$

b) $\int \frac{x^2(x+3)}{\sqrt{x^2-4x+6}} dx$

3. Izračunati: a) $z = \frac{(\sqrt{3}-1)^7}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}$ b) $\sqrt[3]{-i}$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{(x+2)(x^2+6x+4)}{(x+1)^2}$.



UNIVERZITET U ZENICI
MAŠINSKI FAKULTET U ZENICI
PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I
Grupa B

Datum:06.06.2007.

1. Diskutovati sistem jednačina u zavisnosti od realnog parametra λ :

$$\begin{aligned} \lambda x + y + z &= 1 \\ x + \lambda y + z &= \lambda \\ x + y + \lambda z &= \lambda^2 \end{aligned}$$

2. Riješiti integrale

a) $\int \arcsin^2 x dx$ b) $\int \frac{x(x^2+8x+1)}{\sqrt{x^2+4x+9}} dx$

3. Izračunati a) $z = \left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{17} \cdot \left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right)$ b) $\sqrt[3]{i+1}$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{x^3(3x+4)}{(x+1)^3}$.



UNIVERZITET U ZENICI
MAŠINSKI FAKULTET U ZENICI
PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I
Grupa C

Datum:06.06.2007.

1. Diskutovati sistem jednačina u zavisnosti od realnog parametra λ :

$$\begin{aligned} \lambda x + y - (\lambda + 1)z &= -1 \\ x + (2\lambda - 1)y - 2z &= -\lambda \\ x + \lambda y - z &= 1 \end{aligned}$$

2. Riješiti integrale

a) $\int x \ln^3 x dx$ b) $\int \frac{(x-2)(x+5)}{\sqrt{x^2-6x+11}} dx$

3. Izračunati a) $z = \frac{\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{22} \cdot (2+i)^{44}}{(3+4i)^{23}}$ b) $\sqrt[4]{i-1}$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{x^3}{3-x^2}$.

Zenica, 20.06.2007.

Grupa A

1. Dokazati metodom matematičke indukcije da vrijedi: $27 \mid 10^{2n} + 9n - 1 (n \in \mathbb{N})$.2. Date su prave $a: \frac{x-8}{\lambda} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-6}{4}$ i $b: x = 2t + 7, y = -3t - 4, z = t + 3$.Odrediti λ tako da se prave sijeku, pa zatim odrediti presječnu tačku pravih a i b, te jednačinu ravni u kojoj leže te prave.3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = (2x^2 - x - 1)e^{-x}$.4. Izračunati integrale: $A = \int \frac{\sqrt{1-x^4}}{x^5} dx$ i $B = \int \frac{x^6}{1-x^4} dx$.

Grupa B

1. Dokazati metodom matematičke indukcije da vrijedi:

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right] (n \in \mathbb{N}).$$

2. Kroz tačku P(1,0,7) povući pravu koja je paralelna ravni $3x - y + 2z - 15 = 0$ i koja siječe pravu

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}.$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = xe^{\frac{1}{x-2}}$.4. Izračunati integrale: $A = \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{1+x^5}}$ i $B = \int \frac{x^2}{(x-1)^2(x^2+1)} dx$.

Grupa C

1. Dokazati metodom matematičke indukcije da vrijedi:

$$1 + 15 + 65 + 175 + \dots + (4n^3 - 6n^2 + 4n - 1) = n^4 (n \in \mathbb{N}).$$

2. Naći jednačinu prave koja leži u ravni $\alpha: x - 4y + 2z - 7 = 0$, prolazi kroz tačku u kojoj ravan α siječe pravu $a: \begin{cases} x - 2y - 4z + 3 = 0 \\ 2x + y - 3z + 1 = 0 \end{cases}$ i normalna je na pravu a .3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik: $y = \frac{2-3x}{e^{2x}}$.4. Izračunati integrale: $A = \int \frac{\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x}} dx$ i $B = \int \frac{(3x^2-2)dx}{9x^4-13x^2+4}$.



PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I

Grupa A

1. Izračunati $A = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} - \frac{2}{1-\sqrt[3]{x}} \right)$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 2x \sin x} - \frac{1}{2 \sin^2 x} \right)$.

2. U tački $x = 0$ odrediti jednačinu tangente i normale krive $e^y + xy = 1$. Ispitati konveksnost krive u tački $x = 0$.

3. Riješiti integrale

a) pogodnom smjenom b) metodom parcijalne integracije

$$\int \frac{\cos^3 x}{4 \sin^2 x - 1} dx \quad \int \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = x^2(1 - \ln x)$.



PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I

Grupa B

1. Izračunati: $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}-1}$, $B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{3x+2} \right)^x$.

2. U tački $x = 0$ ispitati konveksnost i odrediti jednačinu tangente na krivu datu jednačinom $x \ln y + y - x = 1$.

3. Riješiti integrale

a) metodom parcijalne integracije

b) pogodnom smjenom

$$\int x \cos^2 x \sin x dx \quad \int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}}$$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$.



PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I

Grupa C

1. Izračunati: $A = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x+9}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$, $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2 \cos x}$.

2. Odrediti realne parametre p i q ($pq \neq 0$), tako da funkcija $y = \frac{x+p}{\sqrt{x^2-q}}$ za $x = -1$ ima lokalni ekstremum, a

za $x = -2$ prevojnu tačku.

3. Riješiti integrale

a) metodom parcijalne integracije

b) pogodnom smjenom

$$\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx \quad \int \frac{e^x(1+e^x)}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \ln(1+x-2x^2)$.

Zenica, 20.09.2007.

Grupa A

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenje zavisno od parametra
- λ
- :

$$x + (\lambda - 3)y - z = \lambda - 1$$

$$(\lambda - 1)x - y - z = 1 \quad .$$

$$x + (\lambda - 2)y + z = \lambda + 3$$

2. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku
- $T(3, 2, -1)$
- , siječe pravu

$$p: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1} \text{ i okomita je na pravu } p.$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:
- $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$
- .

4. Izračunati integrale:
- $A = \int x^5 \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$
- i
- $B = \int \frac{dx}{x^2(x^4-1)}$
- .

Grupa B

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenje zavisno od parametra
- λ
- :

$$x + (\lambda + 3)y + z = -1$$

$$x + 2y + (\lambda + 2)z = \lambda .$$

$$2x + y + \lambda z = \lambda + 5$$

2. Data je prava
- $a: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$
- i tačka
- $A(2, 3, 0)$
- .

Provjeriti da tačka A ne leži na pravoj a i naći projekciju tačke A na pravu a .

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:
- $y = \frac{x^2}{(x-1)^3}$
- .

4. Izračunati integrale:
- $A = \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{1+x^5}}$
- i
- $B = \int \frac{x-4}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx$
- .

Grupa C

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenje zavisno od parametra
- λ
- :

$$(\lambda + 3)x + 4y - z = 1$$

$$(\lambda + 1)x - y - 2z = \lambda + 5 \quad .$$

$$2x + (\lambda + 1)y + z = -\lambda - 6$$

2. Naći jednačinu ravni koja je okomita na ravan
- $x + 2y - 2z + 3 = 0$
- i siječe je po pravoj koja leži u
- xOz
- ravni.

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:
- $y = \frac{x^2}{x^4 - 1}$
- .

4. Izračunati integrale:
- $A = \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$
- i
- $B = \int \frac{x^3 - 6}{x^4 + 6x^2 + 8} dx$
- .



PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I
GRUPA A

1. Data su redom tri uzastopna tjemena paralelograma BCD: $A(1, \lambda, -1)$, $B(2, -3, 0)$, $C(5, 1, \lambda)$.

- Odrediti četvrto tjeme D
- Odrediti λ tako da je $|\overline{BC}| = \sqrt{34}$
- Za veću vrijednost nađenu u b) razložiti vektor \overline{BD} preko vektora \overline{AB} i \overline{AC}

2. a) Naći realan i imaginarni dio kompleksnog broja $\frac{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}{3 - 4i}$.

b) Izračunati vrijednost izraza $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$, ako je $z_1 = i$ i $z_2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

c) Izračunati z^4 ako je $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

3. Izračunati integrale a) $\int \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{2x^2 - x + 1}} dx$ b) $\int \frac{\arctg e^x}{e^x} dx$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = -xe^{-x}$



PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE I
GRUPA B

1. Dati su vektori $\vec{a} = \{-6, -11, 1\}$, $\vec{b} = \{3, -2, -4\}$. Odrediti vektor \vec{c} tako da je $\vec{b} \cdot \vec{c} = -4$, $\vec{c} \times \vec{b} = \vec{a}$.

2. a) Naći realan i imaginarni dio kompleksnog broja $\frac{2 + 3i}{\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}}$.

b) Izračunati vrijednost izraza $\frac{z + \bar{z}}{2z + 3}$, ako je $z = \frac{i-1}{2}$.

c) Izračunati z^6 ako je $z = \frac{i-1}{2}$.

3. Izračunati integrale a) $\int \frac{x^2 + 2x + 1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx$ b) $\int x^2 \arcsin x dx$

4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{xe^x}{(1+x)^2}$.

Zenica, 18.10.2007.

Grupa A

1. U paralelogramu ABCD je poznato: $\overline{AB} = 2\vec{p} - \vec{q}$, $\overline{AC} = \vec{p} + 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$.
Izračunati površinu i uglove paralelograma.
2. Naći $\text{Im } z$, $\text{Re } z$, $\arg z$ ako je $z = \frac{(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^{10}}{(i - \sqrt{3})^{20}}$.
3. Izračunati integrale $A = \int \sqrt{x^2 + x - 2} dx$ i $B = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$.
4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = -\frac{1}{e^{-x} + 1}$.

Grupa B

1. U paralelogramu ABCD je poznato: $\overline{AB} = \vec{m} - \vec{n}$, $\overline{AC} = 3\vec{m} + \vec{n}$, $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 1$, $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$.
Izračunati dužine dijagonala paralelograma.
2. Dokazati: $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20} = 2^9(1-i\sqrt{3})$.
3. Izračunati integrale $A = \int \frac{x^3 + 1}{\sqrt{2x^2 + 4x}} dx$ i $B = \int \arctg \sqrt{x} dx$.
4. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = xe^{\frac{-1}{x^2}}$.

Zenica, 29.11.2007.

1. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} (a-1)x + y + z &= 1 \\ 2x + (a-2)y + z &= a-2 \\ x - y + (a-1)z &= a \end{aligned}$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik: $y = \frac{x^3}{x^2 + 6x + 9}$.
3. Odrediti m tako da vektori $\vec{a} = (m, 1+m, 1)$, $\vec{b} = (0, m, 1)$, $\vec{c} = (-1, -1, m+3)$ budu komplanarni, pa zatim izraziti vektor \vec{c} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} .
4. Izračunati integrale: $A = \int x^2 \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$ i $B = \int \frac{x^4}{x^2 - 4} dx$.

Zenica, 12.12.2007.

1. Riješiti sistem linearnih jednačina i diskutovati rješenja u zavisnosti od parametra λ :

$$(\lambda - 2)x - 3y + 2z = 1$$

$$3x - 3y + (\lambda - 3)z = 1 .$$

$$x - y + 2z = -1$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen graf: $y = \frac{(1-x)^3}{(1+x)^2}$.

3. Neka je $\overline{AB} = 3\vec{p} - 4\vec{q}$, $\overline{BC} = \vec{p} + 5\vec{q}$, gdje je $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$, $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$. Izračunati stranice i površinu trougla ABC.

4. Izračunati integrale: $A = \int \frac{x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 6x - x^2 - 2} dx$ i $B = \int x \arctg x dx$.