

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 27.01.2006.

1. Date su pravne  $(p): \begin{cases} x+2y+3z+4=0 \\ x-2y+3z-4=0 \end{cases}$  i  $(q): \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ .

a) Napisati pravu  $p$  u kanonskom, a pravu  $q$  u parametarskom obliku.

b) Naći jednačinu ravni koja prolazi kroz pravu  $p$  i okomita je na pravu  $q$ .

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja u zavisnosti od parametra  $a$ :

$$ax - y + z = 1$$

$$x + ay + z = 3$$

$$-x + 5y - z = 3$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = (x^3 + x)e^{-x^2}$ .

4. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$  i  $B = \int x^3 \ln(x+3) dx$ .

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 10.02.2006.

**GRUPA A**

1. Neka su dati vektori  $\vec{p}$  i  $\vec{q}$ , takvi da je  $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 2$  i  $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}$ . Za paralelogram

razapet nad vektorima  $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$  i  $\vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$  odrediti: intezitete stranica, intezitete dijagonala, uglove između stranica, obim i površinu.

2. Riješiti jednačinu:

$$(A - 2I)^{-1} X (A + 2I) = B,$$

ako je  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = \ln(x^2 - 2x + 2)$ .

4. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3}{\sqrt{1+2x^2}} dx$  i  $B = \int e^{\frac{x}{2}} \cos x dx$ .

5. Naći ekstreme funkcije  $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 10.02.2006.

**GRUPA B**

1. Neka su dati vektori  $\vec{m}$  i  $\vec{n}$ , takvi da je  $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 2$  i  $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$ . Za paralelogram razapet nad vektorima  $\vec{a} = 4\vec{m} - \vec{n}$  i  $\vec{b} = \vec{m} + 4\vec{n}$  odrediti: intezitete stranica, intezitete dijagonala, uglove između stranica, obim i površinu.

2. Riješiti jednačinu:

$$(A + 2I)^{-1} X (A - 2I) = B,$$

$$\text{ako je } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = \ln(x^2 + 4x + 5)$ .

4. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3}{\sqrt{1-4x^2}} dx$  i  $B = \int e^{\frac{x}{2}} \sin 2x dx$ .

5. Naći ekstreme funkcije  $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 19.04.2006.

**Grupa A**

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 4}.$$

2. Riješiti sistem jednačina:

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1$$

$$5x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 4$$

3. Naći jedinični vektor  $\vec{n}_0$  komplanaran s vektorima  $\vec{p}$  i  $\vec{q}$  ako je:

$$|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 3, \angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}, \vec{n} \cdot \vec{p} = 7, \vec{n} \cdot \vec{q} = 3.$$

4. Riješiti integrale:

a)  $A = \int_{-a}^a \sqrt{(a^2 - x^2)^3} dx$

b)  $B = \int \frac{\ln^3 x}{x} dx$

5. Naći uslovne ekstremane funkcije  $z = y + 2x + 3$  uz uslov  $x^2 - 6x + y + 5 = 0$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 1., 2., 4., 5.

### Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 19.04.2006.

Grupa B

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:

$$y = \frac{x^3}{(x+3)^2}.$$

2. Riješiti sistem jednačina:

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2$$

$$5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4$$

3. Neka je  $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 5, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$ . Naći površinu paralelograma konstruisanog nad vektorima  $2\vec{b} - \vec{a}$  i  $3\vec{a} + 2\vec{b}$  i uglove paralelograma.

4. Riješiti integrale:

a)  $A = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$

b)  $B = \int \frac{6x-15}{x^2-5x+2} dx$

5. Naći uslovne ekstreme funkcije  $z = x + 2y$  uz uslov  $x^2 + y^2 = 5$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 1.,2.,4.,5.

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 21.06.2006.

Grupa A

1. Dokazati matematičkom indukcijom da vrijedi:

$$133 \mid (11^{n+2} + 12^{2n+1}) \text{ za sve } n = 0, 1, 2, \dots$$

2. Riješiti matricnu jednačinu:

$$A \cdot X \cdot B^{-1} = C,$$

gdje je  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = (1 - x^2)e^{-x}$ .

4. Izračunati integrale  $A = \int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx$  i  $B = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$ .

5. Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D (x - y) dx dy$ , ako je D oblast u ravni ograničena krivim

$$2x - y - 1 = 0 \text{ i } y = 2 - x^2.$$

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 21.06.2006.

Grupa B

1. Riješiti jednačinu u skupu kompleksnih brojeva:

$$(z + i)^3 = 1 + i.$$

2. Riješiti matricnu jednačinu:  $A(X - B) = C$

$$\text{ako je } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 21 \\ 0 & 7 & 0 \\ 21 & 21 & 21 \end{bmatrix}.$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = \frac{1}{e^{2x} - 1}$ .

4. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{\cos^5 x}{\sin x} dx$  i  $B = \int (x^2 - 1)e^{x+1} dx$ .

5. Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D (x - y) dx dy$ , ako je  $D$  oblast u ravni ograničena krivim  $2x - y - 1 = 0$  i  $y = 2 - x^2$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

### Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 07.07.2006.

Grupa A

1. Dati su vektori:  $\vec{a} = (1, 1, m)$ ,  $\vec{b} = (1, 1, m + 1)$ ,  $\vec{c} = (1, -1, m)$ .

a) Dokazati da ti vektori nisu komplanarni ni za koju realnu vrijednost broja  $m$ .

b) Za koje  $m$  je  $\text{Proj}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b}) = 0$ ?

2. Riješiti sistem linearnih jednačina i diskutovati rješenja u zavisnosti od parametra  $\lambda$ :

$$(\lambda - 2)x - 3y + 2z = 1$$

$$3x - 3y + (\lambda - 3)z = 1$$

$$x - y + 2z = -1$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \frac{2 + \ln x}{x}$ .

4. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3 - 2x + 5}{x^3 - x^2} dx$  i  $B = \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$ .

5. Odrediti ekstreme funkcije  $z = (x^2 - 1)^2 + (2y^2 + 5)^2 - 3$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

### Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 07.07.2006.

Grupa B

1. Dati su vektori:  $\vec{a} = (m, 1 - m, m)$ ,  $\vec{b} = (2m, 2m - 1, m + 2)$ ,  $\vec{c} = (-2m, m, -m)$ .

Odrediti  $m$  tako da ti vektori budu komplanarni, pa za najveću dobijenu vrijednost parametra  $m$  razložiti vektor  $\vec{c}$  u pravcu vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .

2. Riješiti sistem linearnih jednačina i diskutovati rješenja u zavisnosti od parametra  $\lambda$ :

$$x + (\lambda + 1)y - 3z = 2$$

$$3x - 5y + z = -1$$

$$(\lambda + 3)x - y - 3z = 2$$

3. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \frac{\ln^3 x}{x^2}$ .

4. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3 + x - 1}{x^3 + 2x^2} dx$  i  $B = \int \frac{\cos^2(\text{tg} x) dx}{\cos^2 x}$ .

5. Odrediti ekstreme funkcije  $z = (3x^2 + 2)^2 + (y^2 - 4)^2 + 2$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

**UNIVERZITET U ZENICI**

**MAŠINSKI FAKULTET**

**Datum: 09.09.2006.**

**PISMENI DIO ISPITA IZ MATEMATIKE I**

**Grupa A**

1. Naći projekciju tačke  $M(-1, 0, -1)$  na ravan  $2x + y - z + 7 = 0$ .

2. a) Napisati u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksni broj  $z = 7\sqrt{2} + 7\sqrt{2}i$ , zatim naći  $z^3$ .

b) Izračunati vrijednost izraza  $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 \cdot z_2}$ , ako je  $z_1 = i$ , a  $z_2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ .

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen graf:  $y = \frac{(x-2)^3}{x^2 + x + 1}$ .

4. Naći integrale:

a)  $\int \frac{2x-9}{\sqrt{6+2x-x^2}} dx$                       b)  $\int x^2 \sin 5x dx$ .

5. Naći primijenom dvostrukog integrala zapreminu tijela ograničenog sa slijedećim površima: ravnima  $z = 0$ ,  $y + z = 2$  i cilindrom  $y = x^2$ .

**Grupa B**

1. Naći projekciju tačke  $M(1, 2, 9)$  na pravu  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ .

2. a) Napisati u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksni broj  $z = 2\sqrt{3} + 2i$ , zatim naći  $\sqrt[4]{z}$ .

b) Izračunati vrijednost izraza  $\frac{z - \bar{z}}{1 + z \cdot \bar{z}}$ , ako je  $z = \frac{1-i}{2}$ .

3. Ispitati funkciju i nacrtati njen graf:  $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + 4}$ .

4. Naći nesvojstvene integrale:

a)  $\int \frac{x+5}{x^2+4x+5} dx$                       b)  $\int x^2 e^{-2x} dx$ .

5. Naći primijenom dvostrukog integrala zapreminu tijela ograničenog sa slijedećim površima: cilindrima  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$  i ravnima  $z = 0$ ,  $x + z = 6$ .

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 26.09.2006.

Grupa A

- Neka je  $\vec{a} = (k, 1, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, 0)$ ,  $\vec{c} = (3, -3, 4k)$ . Izračunati zapreminu  $V(k)$  paralelopipieda konstruisanog nad vektorima  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Za koje vrijednosti parametra  $k$  su komplanarni vektori  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ? Za dobivene vrijednosti  $k$  razložiti vektor  $\vec{c}$  preko vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .
- Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra  $a$ :  
 $(a-1)x + z = 0$   
 $(a+1)x - ay - z = -1$   
 $y + az = 1$
- Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = (x+2)e^{\frac{1}{x}}$ .
- Izračunati integrale:  $A = \int \frac{dx}{x^4 - 13x^2 + 36}$  i  $B = \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$ .
- Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D (x+y) dx dy$ , ako je  $D$  oblast u ravni ograničena linijama:  $y^2 = 2x, x + y = 4$ .

Grupa B

1. Date su tačke:  $A(1, -1, 0)$ ,  $B(2, 3, -3)$ ,  $C(1, 4, 1)$ ,  $D(-1, -1, 3)$ .

  - Izračunati zapreminu piramide ABCD.
  - Izračunati visinu piramide ABCD povučenu iz tačke C.
  - Izračunati visinu trougla ABC povučenu iz vrha B.
- Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra  $\alpha$ :  
 $\alpha x + y - (\alpha + 1)z = -1$   
 $x + (2\alpha - 1)y - 2z = -\alpha$   
 $x + \alpha y - z = 1$
- Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = (x-1)e^{\frac{1}{x-3}}$ .
- Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3+1}{x(x^3-8)} dx$  i  $B = \int \frac{dx}{(x-1)^3 \sqrt{x^2+3x+1}}$ .
- Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D x^3 y dx dy$ , ako je  $D$  gornja polovina kruga  
 $(x-1)^2 + y^2 = R^2$ .

Pismeni dio ispita iz Matematike 1

Zenica, 16.10.2006.

Grupa A

1. a) Naći jedinični vektor koji je normalan na ravan određenu vektorima  $\vec{a} = (1, -1, 2)$  i  $\vec{b} = (2, 0, 1)$  i izračunati  $\square(\vec{a}, \vec{b})$ .

b) Izračunati projekciju vektora  $\vec{a} = (1, -1, 2)$  na vektor  $\vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ , ako je  $\vec{c} = (3, 1, 2)$  i  $\vec{d} = (2, 1, 0)$ .

2. Napisati jednačinu ravni koja prolazi kroz pravu  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$  i normalna je na ravan  $2x + 3y - 4z = 4$ .

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije  $y = (x+1)\ln(x+1)$ .

4. Izračunati integrale  $A = \int \frac{3x-15}{x^2+5x+6} dx$  i  $B = \int \sin^4 x \cos^2 x dx$ .

5. Izračunati integral  $I = \iint_D (x+y) dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena kružnicom  $x^2 + y^2 = 4$ .

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.

Grupa B

1. Dokazati matematičkom indukcijom da vrijedi:  $133 \mid f(n) = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

2. Kroz tačku  $M(2, 5, 8)$  postaviti pravu koja siječe prave  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$  i  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{3}$ .

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije  $y = \ln(x^2 - 5x + 6)$ .

4. Izračunati integrale  $A = \int \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{4x - x^2}} dx$  i  $B = \int \frac{dx}{\sin^4 x}$ .

5. Izračunati integral  $I = \iint_D dx dy$ , ako je oblast  $D$  ograničena pravim:

$$y = x, y = x + 3, y = -2x + 1, y = -2x + 5.$$

Studenti na I godini rade zadatke 1. – 4.

Studenti na II godini rade zadatke 2. – 5.