

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 04.02.2005.

PARCIJALNI ISPIT

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \ln(x^2 + 4x)$ .
2. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$  i  $B = \int \sin^4 2x dx$ .
3. Izračunati limese:  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^{2x}$  i  $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg x}{1 - \cos x}$ .
4. Naći jednačinu tangente i normale krive  $y = \arctg(2x-1)$  u tački sa apscisom  $x = 1$ .

INTEGRALNI ISPIT

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \ln(x^2 + 4x)$ .
2. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$  i  $B = \int \sin^4 2x dx$ .
3. Na elipsoid  $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1$  postaviti tangentnu ravan koja je paralelna ravni  $2x - 8y + 4z + 5 = 0$ .

4. Naći inverznu matricu matrice  $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ .

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 18.02.2005.

PARCIJALNI ISPIT

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = -\frac{1}{e^{-x} + 2}$ .
2. Izračunati integral:  $I = \int (\sin x - x)^3 dx$ .
3. Dokazati metodom matematičke indukcije:  

$$1^2 + 3^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$
4. Napisati u trigonometrijskom obliku brojeve  $i + \sqrt{3}$  i  $i\sqrt{3} - 1$ , pa riješiti jednačinu:

$$z^3 = \frac{i + \sqrt{3}}{i\sqrt{3} - 1}$$

INTEGRALNI ISPIT:

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = -\frac{1}{e^{-x} + 2}$ .
2. Izračunati integral:  $I = \int (\sin x - x)^3 dx$ .
3. Izračunati površinu dijela ravni kojeg zatvaraju linije  $y = x^2 + 4x$  i  $y = x + 4$ .

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3$$

$$x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2$$

4. Riješiti sistem jednačina:  $2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 7$

$$3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12$$

$$5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20$$

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 20.04.2005.

PARCIJALNI ISPIT

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 + 2x + 1}$ .
2. Izračunati integral:  $I = \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}$ .
3. Dokazati metodom matematičke indukcije da važi:  
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n} \quad (n \in \mathbb{N})$$
4. Dokazati da je  $\sin^5 x = \frac{10 \sin x - 5 \sin 3x + \sin 5x}{16}$  za sve  $x \in \mathbb{R}$ .

INTEGRALNI ISPIT:

1. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 + 2x + 1}$ .
2. Izračunati integral:  $I = \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}$ .

3. Neka su dati vektori  $\vec{p}$  i  $\vec{q}$ , takvi da je  $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 2$  i  $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}$ . Za paralelogram razapet nad vektorima  $\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q}$  i  $\vec{b} = \vec{p} - 4\vec{q}$  odrediti: intezitete stranica, intezitete dijagonala, uglove između stranica, uglove između dijagonala, obim i površinu.

4. Izračunati  $I = \iint_D x \, dx \, dy$  ako je D oblast ograničena linijama

$$x^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ i } x + y - 2 = 0.$$

### PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 13.06.2005.

#### II PARCIJALNI ISPIT

1. Izračunati dužinu luka krive  $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$ ,  $1 \leq x \leq 3$ .

2. Riješiti matricnu jednačinu: 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 21 \\ 0 & 7 & 0 \\ 21 & 21 & 21 \end{bmatrix}.$$

3. Naći jednačinu prave paralelne pravoj  $p: \begin{cases} 2x + 3y - z + 5 = 0 \\ x - 2y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$  i koja prolazi kroz tačku M (1,1,2).

4. Naći ekstreme funkcije  $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$ .

#### INTEGRALNI ISPIT:

1. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = (x+1)e^{\frac{1}{x-1}}$ .

2. Izračunati integral:  $I = \int \frac{\sin^3 x}{\cos x - 3} dx$ .

3. Riješiti matricnu jednačinu: 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 21 \\ 0 & 7 & 0 \\ 21 & 21 & 21 \end{bmatrix}.$$

4. Naći ekstreme funkcije  $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$ .

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 27.06.2005.

II PARCIJALNI ISPIT

1. Izračunati površinu figure ograničene krivim  $4y = x^2$  i  $y^2 = 4x$ .
2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema :

$$\begin{aligned} x + 2y + (a+3)z &= 8 \\ 2x + 3y + (a+4)z &= 12 \\ \underline{3x + (6a+5)y + 7z} &= \underline{20} \end{aligned}$$

u zavisnosti od parametra a.

3. Naći jednačinu ravni koja sadrži tačku  $M(1, -2, 7)$  i pravu  $a: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .

4. Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , ako je oblast integracije D ograničena kružnicama  $x^2 + y^2 = \pi^2$  i  $x^2 + y^2 = 4\pi^2$ .

INTEGRALNI ISPIT:

1. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik:  $y = \frac{\ln x - 1}{\ln x - 2}$ .

2. Izračunati integral:  $I = \int \frac{x+3}{\sqrt{3x^2 + x - 2}} dx$ .

3. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema :

$$\begin{aligned} x + 2y + (a+3)z &= 8 \\ 2x + 3y + (a+4)z &= 12 \\ \underline{3x + (6a+5)y + 7z} &= \underline{20} \end{aligned}$$

u zavisnosti od parametra a.

4. Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , ako je oblast integracije D ograničena kružnicama  $x^2 + y^2 = \pi^2$  i  $x^2 + y^2 = 4\pi^2$ .

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 06.09.2005.

**Integralno**

1. Naći tačku M koja je simetrična sa tačkom  $T(-1, -2, 1)$  u odnosu na pravu

$$\frac{x}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{1}$$

2. Ispitati funkciju i nacrtati grafik:  $y = \frac{e^x}{x+2}$ .

3. Izračunati integrale:  $A = \int_0^2 x \ln(x^2 + 1) dx$  i  $B = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$ .

4. Izračunati površinu lika ograničenog krivim  $y^2 = x+1$  i  $y = x-1$  za  $x \geq 0$ .

### Parcijalno

1. Dati su vektori  $\vec{a} = (1, 1, -1)$ ,  $\vec{b} = (-2, -1, 2)$ ,  $\vec{c} = (1, -1, 2)$ .

a) Razložiti vektor  $\vec{c}$  u komponente po vektorima  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

b) Izračunati ugao koji obrazuje vektor  $\vec{c}$  sa ravni određenom vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .

2. Izračunati površinu lika ograničenog krivim  $y = 2x - x^2$  i  $y = -2x$ .

3. Riješiti matricnu jednačinu:  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \cdot X \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$ .

4. Naći ekstreme funkcije  $u = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ .

### PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 27.09.2005.

### Integralno

1. Ispitati funkciju  $y = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$  i nacrtati njen grafik.

2. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{5x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$  i  $B = \int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ .

3. Naći jednačinu ravni koja sadrži pravu  $a: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$  i tačku M(1,1,3).

4. Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , ako je oblast integracije D ograničena kružnicama  $x^2 + y^2 = \pi^2$  i  $x^2 + y^2 = 4\pi^2$ .

### Parcijalno

1. Naći jednačinu ravni koja sadrži pravu  $a: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$  i tačku M(1,1,3).

2. Izračunati dvostruki integral:  $I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , ako je oblast integracije  $D$  ograničena kružnicama  $x^2 + y^2 = \pi^2$  i  $x^2 + y^2 = 4\pi^2$ .
3. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra  $a$ :
- $$(a-1)x + z = 0$$
- $$(a+1)x - ay - z = -1$$
- $$y + az = 1$$
4. Izračunati dužinu luka krive  $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$ ,  $1 \leq x \leq 3$ .

### PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

Zenica, 17.10.2005.

1. Ispitati funkciju  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$  i nacrtati njen grafik.
2. Izračunati integrale:  $A = \int \frac{5x^2 - 20x + 29}{(x-2)(x^2 - 5x + 9)} dx$  i  $B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^5 x dx$ .
3. Date su tačke:  $A(1, -3, 2)$ ,  $B(0, 2, 4)$ ,  $C(-3, 5, 1)$ .
- Izračunati površinu i visine trougla  $ABC$ .
  - Naći jednačinu ravni koja sadrži date tačke.
4. Riješiti matricnu jednačinu:

$$A \cdot X \cdot B^{-1} = C,$$

gdje je  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$ .