14.09.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

1. Riješiti matričnu jednačinu $XA^{-1} = B^{-1}$ ako su $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Vektori $\vec{a} = (-1, -3, 1)$, $\vec{b} = (\lambda, 3, 4)$ i $\vec{c} = (-5, -9, 1)$ su ivice tetraedra. Odrediti parametar λ tako da zapremina tetraedra iznosi 8. Za vrijednost $\lambda = 6$ provjeriti da li su vektori $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni, pa ako jesu izraziti vektor $\vec{a}$ preko vektora $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

3. Odredite parametar λ u jednačini prave $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{\lambda} = \frac{z+2}{1}$ da bi se sjekla sa pravom $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$ i u tom slučaju naći presječnu tačku i ugao između pravih.

4. Izračunati: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{1 - x}$.

29.06.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

1. Naći sve vrijednosti $\sqrt[3]{z}$ ako je $z = (\sqrt{3} - i)^2 (1 + i\sqrt{3})^2$.

2. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ: $\begin{aligned} \lambda x + 2y + 4z &= 5 \\ 3x + y + (\lambda + 2)z &= 4 \\ x + y + z &= 2 \end{aligned}$.

3. Odrediti parametar λ tako da $\triangle ABC$ ima površinu 14 ako su $A(1, 2, -1)$, $B(4, 3, -1)$ i $C(-3\lambda + 4, 2, 2\lambda - 3)$. Pored toga odrediti i visinu trougla koja odgovara stranici AB.

4. Napisati jednačinu ravni koja prolazi kroz tačku $M(-2, -1, 3)$ i normalna je na ravnima $\alpha: \ -3x + 2y - 2z + 4 = 0$ i $\beta: \ x - 2y + z - 5 = 0$.

15.06.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

1. Odrediti koji član u razvoju binoma $(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt[6]{x}})^{12}$ ne sadrži x.

2. Riješiti matričnu jednačinu $AX + B = CX$ ako su $A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -26 & -12 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

3. Date su tačke $A(2, 1, 3)$, $B(4, \lambda + 1, 7)$, $C(1, 7, 1)$ i $D(5, 8, -6)$. Odrediti parametar λ tako da zapremina tetraedra $ABCD$ iznosi 45.

4. Odrediti tačku koja je simetrična tački $M(1, 9, 1)$ u odnosu na ravan $\alpha: \ 2x + y + 3z = 0$.

29.04.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

1. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ

$$\begin{aligned} x+y+z &= 0 \\ x+3y+(\lambda+3)z &= 1 \\ (\lambda-4)x+y+4z &= 1 \quad . \end{aligned}$$

2. Data su tjemena paralelograma $A(3,2,5)$, $B(4,7,5)$ i $C(-\lambda,7,5+\lambda)$. Odredite četvrto tjeme D i odredite za koju vrijednost parametra λ je $|\overrightarrow{AC}|=3\sqrt{6}$.

3. Odredite parametar λ u jednačini prave $\dfrac{x+2}{\lambda}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ da bi se sjekla sa pravom $\dfrac{x-2}{-11}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$ i u tom slučaju naći presječnu tačku i ugao između pravih.

4. Izračunati: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)(2n-2)(2n-3)}{3n^3}$.

16.02.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Grupa A

1. Koliko racionalnih članova ima u razvoju $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[5]{2})^{27}$?

2. Diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ

$$\begin{aligned} x+y+z &= 2 \\ x+(\lambda+1)y+2z &= -2 \\ x+3y+(\lambda+2)z &= -3\lambda \quad . \end{aligned}$$

3. Napisati jednačinu ravni koja prolazi kroz presjek ravni $\begin{cases} -x+2y+z+1=0 \\ x+3y+2z+1=0 \end{cases}$ i normalna je na ravan $x-y+3z+2=0$.

4. Odrediti parametar λ tako da prvršina trougla $\triangle ABC$ iznosi $\frac{15}{2}$ ako su $A(-2,2,1)$, $B(2,\lambda+2,4)$ i $C(2,7,4)$. Za nađenu vrijednost λ izraziti vektor $\vec{d}=8\vec{i}+13\vec{j}+6\vec{k}$ preko vektora $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$.

Grupa B

1. Naći sva rješenja od $\sqrt[3]{z}$, i predstaviti ih u kompleksnoj ravni ako je $z=(\sqrt{3}-i)^2(-\sqrt{3}+i)$.

2. Vektori $\vec{a}(3,1,1)$, $\vec{b}(3,\lambda+1,2)$ i $\vec{c}(3,4,\lambda+3)$ su ivice tetraedra.
a) Odrediti zapreminu tog tetraedra.
b) Odrediti λ tako da vektori $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ budu komplanarni, pa za nađene vrijednosti parametra λ izraziti vektor $\vec{a}$ preko vektora $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

3. Napisati jednačinu ravni koja prolazi kroz tačku $M(-2,-1,2)$ i normalna je na ravnima $\alpha:\ 4x+7y+2z-3=0$ i $\beta:\ 5x+6y+2z-8=0$.

4. Izračunati: $\lim\limits_{n\to\infty}[\dfrac{1}{2\cdot 7}+\dfrac{1}{7\cdot 12}+...+\dfrac{1}{(5n-3)\cdot(5n+2)}]$.

02.02.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Grupa A

1. Odrediti koji član u razvoju binoma $(\frac{5}{7}\sqrt[5]{a}+\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{a}})^{14}$ ne sadrži a i naći njegovu vrijednost.

2. Metodom matematičke indukcije dokazati da jednakost $1+2^1+2^2+...+2^n=2^{n+1}-1$ vrijedi za sve prirpdne brojeve.

3. Riješiti matričnu jednačinu: $(X-I)(A+2I)=B,$ ako je

$$A=\begin{bmatrix}-4 & 0 & -1\\ 1 & -2 & 2\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0 & 0 & 3\\ -7 & -3 & -14\\ 3 & -2 & 0\end{bmatrix},\ I \text{ jedinična matrica.}$$

4. Odrediti jednačinu ravni koja sadrži pravu $a:\begin{cases}x-2y+2z-1=0\\ y-3z-5=0\end{cases}$ i tačku $M(1,2,6)$.

Grupa B

1. Naći sve vriednosti od z (ima ih 2) ako je $z=(\sqrt{3}-i)\sqrt{i}$

2. Diskutovati riješenja sistema u zavisnosti od parametra λ:

$$\begin{aligned}(\lambda+2)x+3y-z &= 1\\ x+(\lambda-2)y+2z &= 1\\ 3x+6y-z &= 3\end{aligned}$$

3. Odrediti parametar λ tako da zapremina tetraedra $ABCD$ iznosi $\frac{17}{2}$ ako su $A(2-\lambda,2,3)$, $B(-1-\lambda,1,3)$, $C(2,2,5)$ i $D(-\lambda,-7,2)$. Za nađenu vrijednost λ izračunati površinu $\triangle ABC$.

4. Izračunati: $\lim\limits_{x\to 27}\frac{\sqrt[3]{x}-3}{27-x}$.

26.11.2008.

Prvi parcijalni pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

1. Na skupu $S=\{a,b,c,d,e\}$ definisana je relacija R sa $R=\{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,b),(c,c),(d,d),(d,e),(e,e)\}$. Da li je R relacija ekvivalencije? (Odgovor obrazložiti).

2. Matematičkom indukcijom dokazati da svaki broj oblika 15^n, n je prirodan broj, pri djeljenju sa 7 ima ostatak 1.

3. Odrediti koji član razvoja binoma $(\sqrt[3]{a}+\sqrt{b})^{13}$ sadrži a^3b^2.

4. Kompleksan broj $z=-1-i\sqrt{3}$ predstaviti u trigonometriskom obliku a zatim izračunati $\sqrt{z}$.

5. Izračunati: $\begin{vmatrix}\sqrt{3} & 2\sqrt{2} & \sqrt{5}\\ 5\sqrt{3} & \sqrt{8} & 7\sqrt{5}\\ \sqrt{5}+2\sqrt{3} & 4\sqrt{2} & \sqrt{3}+2\sqrt{5}\end{vmatrix}$.

06.10.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Zadatak br. 1

Brojeve $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = -1 + \sqrt{3}\,i$, $z_3 = 1 - i$ predstaviti u trigonometriskom obliku, a zatim izračunati $\frac{z_1}{z_2}$, $z_1 \cdot z_3$ i $(z_2)^{2007}$.

Zadatak br. 2

Diskutovati riješenje sistema jednačina za razne vrijednosti parametra a.

$$3x + 3y + (2+a)z = a$$
$$2x + (2+a)y + 2z = 3a$$
$$2x + 2y + (1+a)z = 0$$

.

Zadatak br. 3

Date su tjemena paralelograma $A(\lambda, -4, 4)$, $B(6, -4, \lambda + 3)$ i $C(6, 4, 4)$

a) Odrediti tjeme D, b) Odrediti λ tako da je $|\vec{CD}| = 5$,

c) Za manju vrijednost λ nađenu pod b) ispitati linearnu zavisnost vektora $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ i $\vec{CD}$.

Zadatak br. 4

Napisati jednačinu ravni koja sadrži pravu $a: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}$ i paralelna je pravoj $b: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{3}$.

15.09.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Zadatak br. 1

Riješiti matričnu jednačinu

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -16 \\ 0 & -3 & -16 \\ -2 & -6 & 0 \end{bmatrix} .$$

Zadatak br. 2

Date su tačke $A(-2, 3, 1)$, $B(\lambda, -2, 2)$, $C(6, 1, 3)$ i $D(0, 6, 2)$

a) Odrediti parametar λ tako da tačke budu komplanarne.

b) Za tako dobijeno λ razložiti vektor $\vec{AD}$ preko vektora $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$.

Zadatak br. 3

Naći presječnu tačku pravih

$$a: \frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{8} \qquad i \qquad b: \frac{x-6}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{7}$$

i ugao između njih.

Zadatak br. 4

Izračunati

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x-2}{x+5} \right)^{x+3} .$$

01.09.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Zadatak br. 1

Matematičkom indukcijom dokazati da je broj $4 \cdot 5^n + 2^{n+3}$ djeljiv sa 12 za svaki $n \in \mathbb{N}$.

Zadatak br. 2

Diskutovati riješenje sistema jednačina

$$\begin{aligned} 2x + 2y + 2z &= 2a \\ x + (1+a)y + z &= 2a \\ x + y + (1+z)a &= 0 \end{aligned}$$

za razne vrijednosti parametra a.

Zadatak br. 3

Naći dužine dijagonala i ugao između njih, paralelograma konstruisanog nad vektorima $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ i $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$, gdje su $\vec{m}$ i $\vec{n}$ jedinični vektori koji obrazuju ugao od $\frac{\pi}{3}$.

Zadatak br. 4

Na pravoj $\frac{x-8}{8} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z}{0}$, naći tačku čije rastojanje od tačke $A(8,2,0)$ iznosi 10.

25.06.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Zadatak br. 1

Brojeve $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$, $z_3 = -1 - i\sqrt{3}$ predstaviti u trigonometriskom obliku, a zatim izračunati $\frac{z_1}{z_3}$, $z_1 \cdot z_2$ i $(z_2)^{2004}$.

Zadatak br. 2

Tačke $A(4,2,2)$, $B(2,5,2)$, $C(2,2,8)$, $D(4,5,10)$ su tjemena piramide (tetraedra). Izračunati zapreminu piramide i visinu piramide koja odgovara osnovici ABC.

Zadatak br. 3

Odrediti jednačinu ravni koja je paralelna pravama $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}$, $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ i prolazi kroz tačku $M(0,1,0)$.

Zadatak br. 4

Odrediti

$$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$$

11.06.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Zadatak br. 1
Riješiti matričnu jednačinu

$$X\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -16 \\ 0 & -3 & -16 \\ -2 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

Zadatak br. 2
Napisati jednačinu ravni koja sadrži datu tačku $M(0,1,2)$ i datu pravu

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}.$$

Zadatak br. 3
Date su tjemena pravougaonika $A(\lambda,-6,2)$, $B(4,-6,1-\lambda)$, $C(4,2,2)$
a) Odrediti tjeme D.
b) Odrediti λ tako da je $|\vec{CD}| = 5$.
c) Za manju vrijednost λ nadenu pod b) ispitati linearnu zavisnost vektora $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ i $\vec{CD}$.

Zadatak br. 4
Odrediti

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}.$$

17.04.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Matematika 1

Zadatak 1
Riješiti jednačinu

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}\right) X = \begin{bmatrix} 61 & 65 & 49 \\ 25 & 26 & 17 \\ 37 & 39 & 39 \end{bmatrix}$$

Zadatak 2
Diskutovati rješenja sistema jednačina za razne vrijednosti parametra m

$$(m+8)x + 4y + 3z = 31$$
$$8x + 3y + 2z = 26$$
$$12x + (m+4)y + (m-1)z = 55$$

Zadatak 3
Date su prave

$$a: \quad \frac{x-\lambda}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-4}{1} \qquad i \qquad b: \quad \frac{x-1}{7} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-5}{1}$$

a) Odrediti parametar λ tako da se prave sijeku
b) Za nadeno λ naći presječnu tačku datih pravih i ugao izmedu njih.

Zadatak 4
Date su tačke $A(0,1,-1)$, $B(2,-1,-4)$, $C(4,1,5)$ i $D(-7,-6,6)$
a) Odrediti zapreminu piramide (tetraedra) čija su tjemena A, B, C i D
b) Odrediti visinu piramide koja odgovara osnovici ACD.