



Univerzitet u Zenici  
Filozofski fakultet  
Odsjek: Matematika i informatika  
Zenica, 28.09.2015.

## Linearna algebra, pismeni ispit

1. Neka je  $\mathcal{V}$  vektorski prostor svih matrica oblika  $2 \times 2$  nad poljem realnih brojeva. Neka je  $\mathcal{W}_1$  skup matrica oblika

$$\begin{pmatrix} x & -x \\ y & z \end{pmatrix}$$

a neka je  $\mathcal{W}_2$  skup svih matrica oblika

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -a & c \end{pmatrix}$$

- (a) Dokazati da su  $\mathcal{W}_1$  i  $\mathcal{W}_2$  potprostori od  $\mathcal{V}$ .  
(b) Odrediti bazu i dimenziju od  $\mathcal{W}_1$ ,  $\mathcal{W}_2$ ,  $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$  i  $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$ .

2. Linearni operator  $T : \mathcal{V}^2(0) \rightarrow \mathcal{V}^2(0)$  dat je svojom matricom

$$\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

u bazi  $\{\vec{a}, \vec{b}\}$  gdje je  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ .

- (a) Odrediti matricu operatora  $T$  u kanonskoj bazi  $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ ;  
(b) Odredite sve vektore  $\vec{v} \in \mathcal{V}^2(0)$  takav da su vektori  $\vec{v}$  i  $T(\vec{v})$  okomiti.

3. U unitarnom prostoru  $\mathbb{R}^4$ , sa standardnim skalarnim proizvodom, zadan je potprostor  $\mathcal{M}$  razapet vektorima  $(2, 1, 0, 0)^\top$ ,  $(1, 1, 1, 1)^\top$ . Nađite jednu bazu za ortogonalni komplement od  $\mathcal{M}$  te odredite ortogonalnu projekciju vektora  $a = (3, -4, 5, -5)^\top$  na  $\mathcal{M}$ .

4. Odrediti spektar matrice

$$B = A^3 + 3A^2 - A + 4I$$

gdje je

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 10 & -10 \\ -6 & 8 & -6 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ustanoviti može li se matrica  $B$  dijagonalizirati i je li regularna? (Prisjetimo se: spektar matrice sačinjavaju svojstvene vrijednosti matrice, zajedno sa njihovim algebarskim višestrukostima).

**Važno:** Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka. Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije predavanja rješenja numerišite svaku stranicu brojem oblika: broj-stranice/broj-strana...

Zadaci su skinuti sa stranice [ff.unze.ba/nabokov](http://ff.unze.ba/nabokov).  
Za uočene greške pisati na [infoarrt@gmail.com](mailto:infoarrt@gmail.com)