



Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 25.06.2015.

Linearna algebra, pismeni ispit

1. Neka je $\mathcal{L} = \{(x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 = 0, x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$. Dokazati da je \mathcal{L} potprostor vektorskog prostora \mathbb{R}^4 , odredite mu bazu, dimenziju i neki direktni komplement.

2. Dati su vektori $a_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ i $a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ te vektori $b_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $b_3 = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$. Dokazati da skupovi $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3\}$ i $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$ čine dvije baze za \mathbb{R}^3 . Nađite matricu prelaza iz jedne baze u drugu - drugim riječima odredite matricu T takvu da

$$[u]_{\mathcal{A}} = T \cdot [u]_{\mathcal{B}}$$

za proizvoljan vektor $u \in \mathbb{R}^3$ (prisjetimo se da $[u]_{\mathcal{A}}$ označava kolona vektor čiji elementi predstavljaju koordinate vektora u u odnosu na bazu \mathcal{A}).

3. Data je determinanta 4-tog reda

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$$

i neka je t vrijednost date determinante. Diskutovati za koje vrijednosti parametara a i b će proizvod

$$\langle x, y \rangle = x_1y_1 + tx_2y_2 + x_3y_3$$

biti unutrašnji (skalarni) proizvod na \mathbb{R}^3 (gdje su $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ i $y = (y_1, y_2, y_3)^T$).

4. Za matricu A odredite matricu P takvu da je $P^{-1}AP$ dijagonalna matrica

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Važno: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com