



Univerzitet u Zenici  
Filozofski fakultet  
Odsjek: Matematika i informatika  
Zenica, 09.07.2015.

## Linearna algebra, pismeni ispit

- 1.** Neka je  $\mathcal{M} = \{X \in \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid AX = \mathbf{0}\}$  gdje je  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ . Odredite bazu i dimenziju vektorskog prostora  $\mathcal{M}$ . Pronađite mu i (neku) bazu za direktni komplement.
- 2.** Kanonska baza za  $\mathbb{R}^n$  je skup  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  vektora iz tog prostora takvih da  $e_i$  na  $i$ -toj poziciji ima broj 1, a na svim ostalim nule. Za linearni operator  $T : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^4$  zadan matricom u paru kanonskih baza

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

odredite jezgri i sliku. Da li je vektor  $(0, 0, 0, -1)^\top$  u slici od  $T$ ?

- 3.** Dat je vektorski potprostor  $\mathcal{L}$  vektorskog prostora  $\text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  definisan sa

$$\mathcal{L} = \left\{ A \in \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid AX - XA = \mathbf{0}, X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

Razmatrajući standardni unutrašnji proizvod za matrice  $\langle A, B \rangle = \text{trag}(A^\top B)$  odrediti ortonormiranu bazu za  $\mathcal{L}$ .

- 4.** U unitarnom prostoru  $\mathcal{P}_2 = \{p(x) = ax^2 + bx + c : a, b, c \in \mathbb{R}\}$  polinoma stepena manjeg ili jednakog 2 sa skalarnim (unutrašnjim) proizvodom  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x) dx$  dat je potprostor

$$\mathcal{M} = \text{span}\{x^2 - 1, x + 1\}.$$

Odredite jednu bazu za  $\mathcal{M}^\perp$ , te nađite prikaz polinoma  $p(x) = 2x^2 + x + 5$  u obliku sume  $p = p_1 + p_2$ , pri čemu je  $p_1 \in \mathcal{M}$ ,  $p_2 \in \mathcal{M}^\perp$ .

**Važno:** Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice [ff.unze.ba/nabokov](http://ff.unze.ba/nabokov).  
Za uočene greške pisati na [infoarrt@gmail.com](mailto:infoarrt@gmail.com)