



Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 30.01.2015.

Linearna algebra, pismeni ispit

1. Zadan je vektorski prostor

$$\mathcal{M} = \{(z_1, z_2, z_3, z_4) \in \mathbb{C}^4 : z_1 + 2z_2 + z_3 = 0, 2z_1 + z_2 + z_3 = 0, z_1 + 5z_2 + 4z_3 = 0\}.$$

Odredite mu bazu, dimenziju, te po jedan direktni komplement ako \mathcal{M} shvatimo kao

- (i) kompleksan vektorski potprostor (kao potprostor vektorskog prostora \mathbb{C}^4 nad poljem \mathbb{C});
- (ii) realan vektorski potprostor (kao potprostor vektorskog prostora \mathbb{C}^4 nad poljem \mathbb{R}).

2. Neka je A linearni operator na \mathbb{R}^2 koji djeluje tako da vektor prvo zarotim za ugao $\frac{\pi}{2}$ u pozitivnom smjeru, a dobiveni vektor zatim zrcali (reflektuje) u odnosu na x -osu.

- a) Odredite matricu operatora A u standardnoj bazi $\{\vec{i}, \vec{j}\}$
- b) Odredite $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ takav da je $A\vec{v} = \vec{v}$ i $\|\vec{v}\| = 2\sqrt{2}$.

3. Neka je \mathcal{L} potprostor unitarnog prostora \mathcal{P}_3 , polinoma stepena ≤ 3 , generisan (razapet) vektorima $p_1(t) = 1 - t$ i $p_2(t) = t^2 - t$. Odredite neku bazu za ortogonalni komplement od \mathcal{L} . Nadalje, prikažite $p(t) = 1 - 2t + 5t^3$ u obliku $q(t) + r(t)$, gdje je $q \in L$, a $r \in \mathcal{L}^\perp$. (Standardni skalarni proizvod u \mathcal{P}_3 je $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t) dt$).

4. Neka je operator $A \in \mathcal{L}(\mathbb{C}^4)$ zadan izrazom

$$A(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_4, 2x_4).$$

Odredite spektar operatora A , te algebarske i gometrijske višestrukosti svake svojstvene vrijednosti. Može li se ovaj operator dijagonalizirati?

Važno: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com