



Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 22.09.2014.

Linearna algebra, pismeni ispit

1. U $\text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ zadani su potprostori

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a - 2b = 0, a + c + d = 0 \right\} \text{ i}$$

$$\mathcal{N} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a + c = 0, a - 2b + d = 0 \right\}.$$

Odrediti po jednu bazu za \mathcal{M} , \mathcal{N} , $\mathcal{M} + \mathcal{N}$ i $\mathcal{M} \cap \mathcal{N}$.

2. Zadana je linearna transformacija $T : \mathcal{P}_3 \rightarrow \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

$$T(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = \begin{bmatrix} a_0 + a_3 - a_2 & a_0 + 2a_1 - a_2 \\ a_3 & a_0 - a_2 \end{bmatrix}$$

Prikažite transformaciju T u paru standardnih baza, te joj odredite $\ker(T)$, $\text{im}(T)$, rang $\rho(T)$ i defekt $\delta(T)$ (rang i defekt linearnog preslikavanja T označavamo redom sa $\rho(T)$ i $\delta(T)$ i definišemo na sljedeći način $\rho(T) := \dim \text{im}(T)$, $\delta(T) := \dim \ker(T)$). (\mathcal{P}_3 je prostor svih polinoma stepena ≤ 3).

3. Zadan je linearni operator $T : \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ sa

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a - b & 4a - 4b \\ -a + 2b + c & b + c \end{pmatrix}$$

Odrediti sve jednodimenzionalne potprostore koji su invarijantni u odnosu na operator T .

4. Prostor \mathcal{L} je zadan kao skup rješenja sistema

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 9x_4 &= 0 \end{aligned}.$$

Prikažite vektor $x = (7, -4, -1, 2)^\top$ u obliku $x = y + z$, pri čemu je $y \in \mathcal{L}$, a z iz ortogonalnog komplementa od \mathcal{L} u \mathbb{R}^4 .

Važno: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com