**Univerzitet u Zenici**
**Filozofski fakultet**
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 13.10.2014.

# Linearna algebra, pismeni ispit

**1.** Posmatrajmo vektorski potprostor od $\mathbb{R}^4$ generisan sa $x_1 = (-1, 0, 1, 2)^\top$, $x_2 = (1, 2, -3, 5)^\top$, $x_3 = (1, 4, 0, 9)^\top$. Odrediti sistem homogenih linearnih jednačina za koji prostor rješenja je tačno potprostor od $\mathbb{R}^4$ generisan sa tačno tri data vektora.

**2.** Neka je $T$ linearni operator na prostoru $\mathbb{R}^2$ koji vektor najprije rotira za ugao $\pi/3$ oko koordinatnog početka u pozitivnom smjeru, a zatim reflektuje (zrcali) u odnosu na pravac $y = x$. Izračunati matricu operatora $T$ (drugim riječima matricu koordinata od $T$) u bazi $\mathcal{B} = \{(1, 1)^\top, (1, -1)^\top\}$. Odredite koordinate tačke $T(v)$ u odnosu na ovu bazu, gdje je $v$ proizvoljan element iz $\mathbb{R}^2$.

**3.** Zadan je linearni operator $T : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ sa

$$T(a + bt + ct^2) = a + b + c + (a + 3b)t + (a - b + 2c)t^2$$

Odrediti mu matrični prikaz z bazi $\mathcal{B} = \{1 - t, t - t^2, 1 + t^2\}$. Nadalje, odredite i po jednu bazu za $\ker(T)$ i $\mathrm{im}(T)$.

**4.** Za realan broj $a$ odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene potprostore za matricu $n$-tog reda

$$\begin{bmatrix} 1+a & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1+a \end{bmatrix}$$

**Važno:** Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristit, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na *infoarrt@gmail.com*