



Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 01.09.2014.

Linearna algebra, pismeni ispit

1. U vektorskom prostoru \mathcal{P}_4 realnih polinoma stepena ≤ 4 dat je skup

$$\mathcal{M} = \{p \in \mathcal{P}_4 \mid p'(0) = p(1), p''(0) = 2p(-1)\}.$$

Dokažite da je \mathcal{M} vektorski potprostor prostora \mathcal{P}_4 , odredite mu jednu bazu i dimenziju, te jedan direktni komplement.

2. Neka je

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

matrica linearnog operatora $T : \mathcal{V}^2(0) \rightarrow \mathcal{V}^2(0)$ u kanonskoj bazi $\left\{ \vec{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. Odrediti matricu operatora T u bazi $\{\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{i} + 3\vec{j}\}$. Da li postoji vektor $\vec{v} \in \mathcal{V}^2(0)$ takav da je $T(\vec{v}) = 3\vec{i} + 5\vec{j}$?

3. (20%)(a) Objasniti šta će se desiti kada se Gram-Schmidtov proces primjeni na linearno zavisani skup vektora.

(80%)(b) Zadan je unitarni prostor $\text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ sa skalarnim (unutrašnjim) proizvodom $\langle A, B \rangle = \text{trag}(A^T B)$ i neka je \mathcal{L} vektorski potprostor $\text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ definiran kao

$$\mathcal{L} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Nađite ortonormiranu bazu za \mathcal{L} .

4. Data je matrica

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & b & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Odrediti parametre a i b ako je poznato da je A singularna matrica čije sve svojstvene vrijednosti imaju algebarsku višestrukost 2.

Važno: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com