Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 16.06.2014.

Linearna algebra, pismeni ispit

1. U prostoru svih realnih nizova $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}} = \{(a_1, a_2, a_3, ..., a_n, a_{n+1}, ...) \,|\, a_n \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}\}$) zadan je skup

$$\mathcal{L} = \{(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \,|\, a_{n+2} - 2a_n = 0, n \in \mathbb{N}\}.$$

Dokazati da je $\mathcal{L}$ potprostor od $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ i odrediti mu bazu i dimenziju.

2. Diskutovati za koje vrijednosti parametra a i b će vektor $(4, 3, 2, 1)^{\top} \in \mathbb{R}$ pripadati $\operatorname{im}(A)$ ako je

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 & 0 & 0 \\ a & b & -1 & 0 \\ a & 0 & b & -1 \\ a & 0 & 0 & b \end{bmatrix}.$$

3. U unitarnom prostoru $\mathcal{P}_3 = \{at^3 + bt^2 + ct + d \,|\, a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$ polinoma stepena ≤ 3 sa unutrašnjim proizvodom

$$\langle p, q\rangle = \int_{-1}^{1} p(t)q(t)\,\mathrm{d}t$$

dat je potprostor $\mathcal{M} = \operatorname{span}\{t, 1 + t\}$. Odrediti ortogonalnu projekciju polinoma $r(t) = -5t^3 - 12t^2 + 6t + 6$ na potprostor $\mathcal{M}$.

4. Odrediti svojstvene vrijednosti, svojstvene prostore, te algebarske i geometriske višestrukosti matrice A, pri čemu je

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 0 & 2 \\ 4 & -5 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Važno: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristit, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.