



Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 29.04.2014.

Linearna algebra, apsolutni aprilski pismeni

1. Prva četiri Lagranžova polinoma su $1, 1 - t, 2 - 4t + t^2$ i $6 - 18t + 9t^2 - t^3$. Pokazati da ovi polinomi formiraju bazu vektorskog prostora \mathcal{P}_3 (\mathcal{P}_3 je skup svih polinoma stepena manjim ili jednakim od 3). Odrediti polinom $q \in \mathcal{P}_3$ takav da je $[q]_{\mathcal{B}} = (-2, 0, 1, 0)^{\top}$ ako je \mathcal{B} baza sastavljena od četiri data Lagranžova polinoma.

2. Dat je linearni operator $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisan na sljedeći način

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ 0 \\ y - z \end{pmatrix}$$

(a) Odrediti njegovu sliku i jezgru, te njihove baze.

(b) Ako je $\mathcal{L} = \{(x, y, z)^{\top} \in \mathbb{R}^3 \mid x = y\}$ i

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{L} \right\}$$

odrediti \mathcal{M} kao i bazu za taj skup.

3. Neka je T linearni operator na prostoru \mathbb{R}^2 koji vektor najprije rotira za ugao $\pi/3$ oko koordinatnog početka u pozitivnom smjeru, a zatim reflektuje (zrcali) u odnosu na pravac $y = x$. Izračunati matricu operatora T (drugim riječima matricu koordinata od T) u bazi $\mathcal{B} = \{(1, 1)^{\top}, (1, -1)^{\top}\}$. Odredite koordinate tačke $T(v)$ u odnosu na ovu bazu, gdje je v proizvoljan element iz \mathbb{R}^2 .

4. Odrediti ortogonalnu projekciju vektora $x = (-12, -13, 5, 2)^{\top}$ na prostor \mathcal{M} ako je

$$\mathcal{M} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

(s obzirom na standardni skalarni proizvod).

Važno: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com