Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 27.01.2014.

Pismeni ispit iz Linearne algebre

Pravila: Svaku formulu koju mislite koristit, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

1. Zadatak prepisati sa table.

2. Neka je $Q : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$ ($\mathcal{P}_3$ označava prostor svih polinoma stepena ≤ 3) linearni operator dat sa

$$Q(p) = \text{polinom stepena 2 čiji graf prolazi tačkama}(-1; p(-1)),\ (0; p(0)) \text{ i } (1; p(1)).$$

(a) Odrediti matricu operatora Q (matricu koordinata) u odnosu na standardnu bazu.
(b) Odrediti (direktni) komplement prostora $\ker(Q)$ (koji nije ortogonalni komplement).

3. Zadan je linearni operator $T : \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_3$

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (3a + 2c - d)x^3 + (3b - c - d)x^2 + (2a + b + c - d)x + (a + 2b - d)$$

Odrediti ortonormiranu bazu za $\mathrm{im}(T)$ (Koristiti standardni unutrašnji proizvod u $\mathcal{P}_3$ definisan sa $\langle a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0\rangle = a_3b_3 + a_2b_2 + a_1b_1 + a_0b_0$).

4. U unitarnom prostoru $\mathbb{R}^4$, sa skalarnim proizvodom

$$\langle x, y\rangle = x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3 + 2x_4y_4$$

zadan je podprostor $\mathcal{V}$ razapet (generisan) vektorima $v_1 = (1, 0, 1, 0)^\top$ i $v_2 = (1, 0, 1, 1)^\top$. Prikažite vektor $x = (4, 2, 2, 4)^\top$ u obliku $x = v + w$, gdje je $v \in \mathcal{V}$, $w \in \mathcal{V}^\perp$.

Zadaci su skinuti sa stranice pf.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na *infoarrt@gmail.com*