



Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 02.09.2013.

Pismeni ispit iz predmeta Linearna algebra

Bitna napomena: Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

1. U prostoru \mathbb{R}^5 zadan je podprostor \mathcal{M} razapet (generisan) vektorima $(0, 0, 1, 0, 0)^\top$ i $(0, 1, 0, 1, 0)^\top$ i podprostor

$$\mathcal{L} = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^\top \in \mathbb{R}^5 \mid x_1 - x_2 + x_3 = 0, 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$$

(40%)(a) Odrediti bazu i dimenziju vektorskih prostora \mathcal{M} i \mathcal{L} .

(20%)(b) Odrediti dimenziju vektorskog prostora $\mathcal{M} \cap \mathcal{L}$.

(40%)(c) Odrediti neku bazu za (direktni) komplement prostora \mathcal{L} (koji nije ortogonalni komplement).

2. Odrediti sve podprostore prostora \mathbb{R}^2 koji su invarijantni u odnosu na $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

3. (a) Izračunati 1-, 2- i ∞ -norme vektora $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ i $y = \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \\ 1 \\ 4i \end{pmatrix}$.

(b) Ako je $x, y \in \mathbb{R}^n$ tako da $\|x + y\|_2 = \|x - y\|_2$, šta je $x^\top y$?

4. Dat je unitarni prostor \mathcal{P}_3 , polinoma stepena ≤ 3 , sa skalarnim (unutrašnjim) proizvodom

$$\langle p, q \rangle = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^3 p(\lambda_i) q(\lambda_i)$$

gdje su $\lambda_0 = 3, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = -3$. Primjenom Gram-Schmidtovog procesa ortonormirati bazu $\{-1, x, -x^2, x^3\}$.

Zadaci su skinuti sa stranice pf.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com