



Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 10.06.2013.

Pismeni ispit iz predmeta Linearna algebra

Bitna napomena: Svaku formulu koju mislite koristiti, u sva 4 zadatka, obavezno napisati, kao i značenja simbola iz formule. Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom plave ili crne tinte. Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka.

1. Neka je $\mathcal{M} = \{X \in \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid AX = \mathbf{0}\}$ gdje je $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$. Odrediti bazu i dimenziju vektorskog prostora \mathcal{M} . Odredite mu i neku bazu za (direktni) komplement (koji nije otrogonalni komplement).

2. (20%)(a) Dat je linearni operator

$$T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ x \longrightarrow Ax$$

gdje je $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$. Odredite jezgru i sliku od T i izračunati njihove dimenzije.

(80%)(b) Zadan je linearni operator $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ sa

$$T(a, b, c) = \begin{pmatrix} a + 2b & a - b + c \\ b - 2c & 5a + 5c \end{pmatrix}.$$

Prikažite operator T (odredite matricu koordinata) u paru standardnih baza, te mu odredite po jednu bazu za jezgru i sliku.

3. Neka je T linearni operator na prostoru \mathbb{R}^2 koji vektoru pridružuje njegovu ortogonalnu projekciju na pravac $y = -x$. Odredite djelovanje linearnog operatora T na proizvoljnom vektoru $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ i odredite mu matrični prikaz u standardnoj bazi, te u bazi $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. Odrediti i matricu koordinata operatora T u odnosu na standardnu bazu, te u odnosu na bazu \mathcal{B} .

4. U unitarnom prostoru $\text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ sa standardnim skalarnim (unutrašnjim) proizvodom $\langle A, B \rangle = \text{trag}(A^\top B)$ dat je podprostor

$$\mathcal{M} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Odredite jednu bazu za \mathcal{M}^\perp , te nađite prikaz matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ u obliku $A = B + C$, gdje je $B \in \mathcal{M}, C \in \mathcal{M}^\perp$.

Zadaci su skinuti sa stranice pf.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com