Pismeni ispit iz predmeta **Linearna algebra, 18.01.2013.**

1. Neka je $\mathcal{P}_2$ vektorski prostor svih realnih polinoma stepena ≤ 2,

$$\mathcal{P}_2 = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}.$$

a) Provjeriti da li je sa $\langle p, q\rangle = p(1)q(1) + 2p(0)q(0) + p(-1)q(-1)$ definiran unutrašnji (skalarni) proizvod na $\mathcal{P}_2$.
b) Za podprostor $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{P}_2$ generisan polinomima $p_1(x) = 1$ i $p_2(x) = x$ odredite ortogonalni komplement.
c) Odredite ortogonalnu projekciju od $p(x) = -2x^2 + x + 2$ na $\mathcal{L}$.

2. Dat je vektorski podprostor $\mathcal{M}$ prostora $\mathbb{R}^4$ definisan sa

$$\mathcal{M} = \{(z_1, z_2, z_3, z_4)^\top \in \mathbb{R}^4 \mid z_1 + 2z_2 + z_3 = 0,\ 2z_1 + z_2 - z_3 = 0, z_1 + 5z_2 + 4z_3 = 0\}.$$

Odrediti mu jedan (direktni) komplement (koji nije ortogonalni komplement).

3. Dat je vektorski prostor $\mathcal{L}$ vektorskog prostora $\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ definisan sa

$$\mathcal{L} = \{A \in \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid AX - XA = \mathbf{0}, X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\}.$$

Razmatrajući standardni unutrašnji proizvod za matrice $\langle A, B\rangle = trag(A^\top B)$ odrediti ortonormiranu bazu za $\mathcal{L}$.

4. Odrediti URV faktorizaciju matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$.

Pismeni ispit iz predmeta **Linearna algebra, 18.01.2013.**

1. Neka je $\mathcal{P}_2$ vektorski prostor svih realnih polinoma stepena ≤ 2,

$$\mathcal{P}_2 = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}.$$

a) Provjeriti da li je sa $\langle p, q\rangle = p(1)q(1) + 2p(0)q(0) + p(-1)q(-1)$ definiran unutrašnji (skalarni) proizvod na $\mathcal{P}_2$.
b) Za podprostor $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{P}_2$ generisan polinomima $p_1(x) = 1$ i $p_2(x) = x$ odredite ortogonalni komplement.
c) Odredite ortogonalnu projekciju od $p(x) = -2x^2 + x + 2$ na $\mathcal{L}$.

2. Dat je vektorski podprostor $\mathcal{M}$ prostora $\mathbb{R}^4$ definisan sa

$$\mathcal{M} = \{(z_1, z_2, z_3, z_4)^\top \in \mathbb{R}^4 \mid z_1 + 2z_2 + z_3 = 0,\ 2z_1 + z_2 - z_3 = 0, z_1 + 5z_2 + 4z_3 = 0\}.$$

Odrediti mu jedan (direktni) komplement (koji nije ortogonalni komplement).

3. Dat je vektorski prostor $\mathcal{L}$ vektorskog prostora $\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ definisan sa

$$\mathcal{L} = \{A \in \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid AX - XA = \mathbf{0}, X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\}.$$

Razmatrajući standardni unutrašnji proizvod za matrice $\langle A, B\rangle = trag(A^\top B)$ odrediti ortonormiranu bazu za $\mathcal{L}$.

4. Odrediti URV faktorizaciju matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$.