

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 2

Zadatak br. 1 (20 boda)

- a) Konstruisati vanjsku zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.
- b) Tačka S pripada vanjskoj oblasti $\triangle ABC$. Preslikati trougao homotetično s koeficijentom $\frac{3}{5}$ u odnosu na tačku S . Da li je dobijeni trougao sličan sa trouglom $\triangle ABC$. Zašto?
- c) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{b} + 2\sqrt{3}}{ab}$, gdje su a i b date duži.
- d) $\triangle PQR$ ima uglove η , μ i ϑ . Stranice p , q , r su redom 24, 7 i 25. Odrediti ugao μ u trouglu.
- f) Odrediti uglove α i β ako je ugao α za 12° veći od komplementnog ugla uglu β i ugao 3β za 38° veći od suplementnog ugla uglu α .

Zadatak br. 2 (21 bodova)

Konstruisati kvadrat ako je dat njegov centar opisane kružnice i dvije tačke koje pripadaju nekim od njegovih stranica.

Zadatak br. 3 (21 bodova)

Dokazati da je ortocentar trougla najbliži najkraćoj stranici.

Zadatak br. 4 (22 bodova)

Konstruisati kružnicu koja dodiruje dvije date prave i datu kružnicu.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 2

Zadatak br. 1 (24 boda)

- a) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{a} + 3\sqrt{2}}{b}$, gdje su a i b date duži.
- b) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.
- c) $\triangle PQR$ ima uglove η , μ i ϑ . Stranice p , q , r su redom 17, 10 i 9. Odrediti ugao η u trouglu.
- d) Tačka T pripada vanjskoj oblasti $\triangle ABC$. Preslikati trougao homotetično s koeficijentom $\frac{4}{3}$ u odnosu na tačku T . Da li je dobijeni trougao sličan sa trouglom $\triangle ABC$. Zašto?
- e) Prave a i b se sijeku u tački S . Prave p i q su paralelne i vrijedi $p \cap a = \{A\}$, $p \cap b = \{A'\}$, $q \cap a = \{B\}$, $q \cap b = \{B'\}$ i $SA : SB = SA' : SB' = 3 : 2$. Ako je $SA = 9\text{ mm}$ i $SB' = 7\text{ mm}$ izračunati dužinu $B'A'$.
- f) Dvije prave se sijeku. Zbir tri od četiri nastala ugla iznosi 212° . Odrediti veličinu svakog od nastalih uglova.

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Date su kružnice k_1 i k_2 i duži d_1 i d_2 . Konstruisati pravu koja siječe kružnicu k_1 u tačkama A_1 i B_1 i kružnicu k_2 u tačkama A_2 i B_2 , tako da je $A_1B_1 = d_1$ i $A_2B_2 = d_2$.

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Dokazati da je ortocentar trougla najbliži najkraćoj stranici.

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Konstruisati kružnicu koja prolazi kroz datu tačku i dodiruje dvije date kružnice.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 2

Zadatak br. 1 (24 boda)

- a) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.
- b) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{b} + \sqrt{2}}{a}$, gdje su a i b date duži.
- c) $\triangle GED$ ima uglove γ , ε i δ . Stranice g , e , d su redom 9, 12 i 15. Odrediti ugao γ u trouglu.
- d) Tačka S pripada vanjskoj oblasti $\triangle ABC$. Preslikati trougao homotetično s koeficijentom $\frac{2}{3}$ u odnosu na tačku S , a zatim simetrično u odnosu na tačku C . Da li je dobijeni trougao sličan sa trouglom $\triangle ABC$. Zašto?
- e) Prave a i b se sijeku u tački S . Prave p i q su paralelne i vrijedi $p \cap a = \{A\}$, $p \cap b = \{A'\}$, $q \cap a = \{B\}$, $q \cap b = \{B'\}$ i $SA : SB = SA' : SB' = 3 : 2$. Ako je $SA = 9 \text{ mm}$ i $SB' = 7 \text{ mm}$ izračunati dužinu $B'A'$.
- f) Šta možemo reći o četverouglu $\square ABCD$ kod koga vrijedi $SA \cdot SC = SB \cdot SD$, gdje je S presjek diagonala.

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako je dato h_b , h_c i t_b (visine spuštene na stranice b i c , i težišna duž na stranicu b).

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Dokazati da je ortocentar trougla najbliži najkraćoj stranici.

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Konstruisati kružnicu kroz datu tačku koja dodiruje datu pravu u datoj tački.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 2

Zadatak br. 1 (24 boda)

- a) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.
- b) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{b} + \sqrt{2}}{a}$, gdje su a i b date duži.
- c) $\triangle GED$ ima uglove γ , ε i δ . Stranice g , e , d su redom 9, 12 i 15. Odrediti ugao γ u trouglu.
- d) Tačka S pripada vanjskoj oblasti $\triangle ABC$. Preslikati trougao homotetično s koeficijentom $\frac{2}{3}$ u odnosu na tačku S , a zatim simetrično u odnosu na tačku C . Da li je dobijeni trougao sličan sa trouglom $\triangle ABC$. Zašto?
- e) Prave a i b se sijeku u tački S . Prave p i q su paralelne i vrijedi $p \cap a = \{A\}$, $p \cap b = \{A'\}$, $q \cap a = \{B\}$, $q \cap b = \{B'\}$ i $SA : SB = SA' : SB' = 3 : 2$. Ako je $SA = 9 \text{ mm}$ i $SB' = 7 \text{ mm}$ izračunati dužinu $B'A'$.
- f) Šta možemo reći o četverouglu $\square ABCD$ kod koga vrijedi $SA \cdot SC = SB \cdot SD$, gdje je S presjek diagonala.

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako je dato h_b , h_c i t_b (visine spuštene na stranice b i c , i težišna duž na stranicu b).

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Dokazati da je ortocentar trougla najbliži najkraćoj stranici.

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Konstruisati kružnicu koja prolazi kroz datu tačku i koja dodiruje dvije date kružnice.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 2

Zadatak br. 1 (24 boda)

- a) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.
- b) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{b} + \sqrt{2}}{a}$, gdje su a i b date duži.
- c) $\triangle GED$ ima uglove γ , ε i δ . Stranice g , e , d su redom 9, 12 i 15. Odrediti ugao γ u trouglu.
- d) Tačka S pripada vanjskoj oblasti $\triangle ABC$. Preslikati trougao homotetično s koeficijentom $\frac{2}{3}$ u odnosu na tačku S , a zatim simetrično u odnosu na tačku C . Da li je dobijeni trougao sličan sa trouglom $\triangle ABC$. Zašto?
- e) Prave a i b se sijeku u tački S . Prave p i q su paralelne i vrijedi $p \cap a = \{A\}$, $p \cap b = \{A'\}$, $q \cap a = \{B\}$, $q \cap b = \{B'\}$ i $SA : SB = SA' : SB' = 3 : 2$. Ako je $SA = 9 \text{ mm}$ i $SB' = 7 \text{ mm}$ izračunati dužinu $B'A'$.
- f) Šta možemo reći o četverouglu $\square ABCD$ kod koga vrijedi $SA \cdot SC = SB \cdot SD$, gdje je S presjek diagonalna.

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako je dato h_b , h_c i t_b (visine spuštene na stranice b i c , i težišna duž na stranicu b).

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Dokazati da je ortocentar trougla najbliži najkraćoj stranici.

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Konstruisati kružnicu koja prolazi kroz datu tačku i koja dodiruje dvije date kružnice.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija II

Zadatak br. 1 (6 bodova)

- a) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.
- b) Date su tačke Q , R i $\triangle ABC$. Rotirati trougao oko tačke S (S je sredina duži QR) za ugao od 30° u pozitivnom smjeru a zatim novodobijeni trougao preslikati homotetično s koeficijentom -1 u odnosu na tačku S . Ovako dobijeni trougao označimo sa $\triangle A'B'C'$. Da li su trouglovi $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ podudarni. Zašto?
- c) U četverouglu $\square FITZ$ dijagonale se sijeku u tački S . Ako je $FS \cdot ST = SI \cdot SZ$, $\angle TFI = 38^\circ$, $\angle ITZ = 62^\circ$ i $\angle ZST = 42^\circ$, odrediti $\angle FZT$.
- d) Na stranicama LJ i LU trougla $\triangle LJU$ uzete su tačke P i Q takve da je $LP : PJ = LQ : QU = 3 : 2$. Ako su date dužine $LP = \frac{18}{5} \text{ mm}$, $QU = \frac{16}{5} \text{ mm}$ i $QP = 6 \text{ mm}$ izračunati $O_{\triangle LJU}$.
- e) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{3}}{b}$, gdje su a i b date duži.
- f) Trougao $\triangle OLT$ ima redom uglove ω , λ i ϑ . Stranice t i o su redom 24 i 13, ugao $\cos \lambda = \frac{12}{13}$ i površina trougla je 60. Bez korištenja činjenice iz Analize da je $\sin^2 \lambda + \cos^2 \lambda = 1$ odrediti stranicu l , $\sin \lambda$ i $\sin \omega$.

Zadatak br. 2 (4 boda)

Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako je dato h_c , t_c (visina i težišna linija na stranicu c) i poluprečnik opisane kružnice R .

Zadatak br. 3 (4 boda)

Uglovi na osnovici trapeza su komplementni (zbir im je prav ugao) ako i samo ako je duž koja spaja sredine osnovica podudarna njihovoj polurazlici. Dokazati.

Zadatak br. 4 (4 boda)

Konstruisati kružnicu kroz dvije date tačke koja dodiruje datu kružnicu.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija II

Zadatak br. 1

a) Trougao $\triangle TIN$ ima redom uglove ϑ , ι i η . Stranice n i t su redom 21 i 10, ugao $\cos \iota = \frac{3}{5}$ i površina trougla je 84. Bez korištenja činjenice iz Analize da je $\sin^2 \iota + \cos^2 \iota = 1$ odrediti stranicu i , $\sin \iota$ i $\sin \vartheta$.

b) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.

c) Na stranicama HU i HC trougla $\triangle HUC$ uzete su tačke P i Q takve da je $HP : PU = HQ : QC = 5 : 2$. Ako je $P_{\triangle HUC} = 294 \text{ mm}^2$ i $O_{\triangle HPQ} = 60 \text{ mm}$ izračunati $P_{\square PUCQ}$ i $O_{\triangle HUC}$.

d) Date su tačke P , Q i $\triangle ABC$. Rotirati trougao oko tačke Q za ugao od 60° u pozitivnom smjeru a zatim novodobijeni trougao preslikati homotetično s koeficijentom 1,2 u odnosu na tačku P . Ovako dobijeni trougao označimo sa $\triangle A'B'C'$. Da li su trouglovi $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ podudarni. Zašto?

e) U četverouglu $\square VAFI$ dijagonale se sijeku u tački S . Ako je $SV \cdot SF = SA \cdot SI$, $\angle VIF = 96^\circ$, $\angle VAI = 4^\circ$ i $\angle ASF = 42^\circ$, odrediti $\angle AVI$.

f) Nacrtati duž $x = \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{2}}{ab}$, gdje su a i b date duži.

Zadatak br. 2

Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako je dat ugao α , poluprečnik upisane kružnice r i razlika dvije visine $h_b - h_c$.

Zadatak br. 3

Uglovi na osnovici trapeza su komplementni (zbir im je prav ugao) ako i samo ako je duž koja spaja sredine osnovica podudarna njihovoj polurazlici. Dokazati.

Zadatak br. 4

Konstruisati kružnicu koja dodiruje dvije date prave i datu kružnicu.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija II

Zadatak br. 1

a) Dokazati da je ugao između tetive i tangente jednak periferiskom uglu nad tom tetivom.

b) Konstruisati duž $x = \frac{ab + \sqrt{a}}{\sqrt{3}}$, gdje su a i b date duži.

c) U četverouglu $\square EHOV$ dijagonale se sijeku u tački S . Ako je $SE \cdot SO = SH \cdot SV$, $\angle EVO = 98^\circ$, $\angle EHV = 2^\circ$ i $\angle HSO = 42^\circ$ izračunati $\angle HVE$.

d) Data je prava p , tačka P i trougao $\triangle ABC$. Preslikati trougao simetrično u odnosu na pravu p , a zatim homotetično s koeficijentom $\frac{4}{3}$ u odnosu na tačku P . Ovako dobijen trougao označimo sa $\triangle A'B'C'$. Objasniti zašto su trouglovi $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ slični, a nisu podudarni?

e) Na stranicama MA i MR trougla $\triangle MAR$ uzete su tačke P i Q takve da je $MQ : QA = MP : PR = 7 : 2$. Ako je $P_{\triangle MQP} = 4$ odrediti $P_{\triangle MAR}$. Objasniti (i izvesti formulu), na koji način je moguće odrediti dužinu stranice PQ , ako je poznato da su stranice $MA = 4,5 \text{ cm}$ i $MR = 5,4 \text{ cm}$.

f) Trougao $\triangle PFM$ ima uglove ψ , φ i μ . Stranice m i f su redom 6 i 10, ugao $\cos \psi = \frac{3}{5}$ i površina trougla je 24. Odrediti stranicu p , poluprečnik r upisane kružnice i $\sin \mu$ trougla.

Zadatak br. 2

Data je kružnica i u njenoj unutrašnjosti tačke P i Q . Upisati u tu kružnicu pravougli trougao čija jedna kateta sadrži tačku P , a druga tačku Q .

Zadatak br. 3

U kružnici opisanoj oko trougla povučen je prečnik normalan na jednu stranicu trougla. Dokazati da je njegova projekcija na pravu određenu drugom stranicom trougla podudarna trećoj stranici trougla.

Zadatak br. 4

Konstruisati kružnicu koja prolazi kroz datu tačku i dodiruje datu pravu i datu kružnicu.