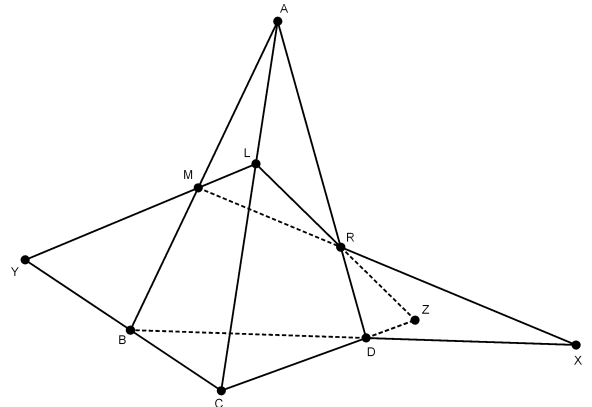




## Euklidske geometrije II, pismeni ispit, (ispit pisati isključivo hemijskom olovkom plave ili crne tinte)

### Zadatak br. 1

(40%)(a) Neka je  $ABCD$  dati tetraedat i neka su  $M$ ,  $L$  i  $R$  redom tri tačke na ivicama  $AB$ ,  $AC$  i  $AD$ , takve da  $pp[B, D] \cap pp[M, R] = \{X\}$ ,  $pp[C, B] \cap pp[L, M] = \{Y\}$  i  $pp[C, D] \cap pp[L, R] = \{Z\}$  (vidi sliku desno). Pokazati da tačke  $X$ ,  $Y$  i  $Z$  prpadaju istoj pravoj.



(Napomena: U rješavanju zadatka možda ćete naći korisno da iskoristite Menelajevu teoremu: Neka su  $A_1$ ,  $B_1$  i  $C_1$  tačke na stranicama  $BC$ ,  $CA$  i  $AB$  trougla  $\triangle ABC$  ili na njihovim produžecima tako da dvije tačke pripadaju stranici a jedna na produžetku. Tada tačke  $A_1$ ,  $B_1$  i  $C_1$  su kolinearne ako i samo ako vrijedi  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$ ).

(60%)(a) Neka su  $MA$ ,  $MB$  i  $MC$  tri ivice kocke koje imaju zajednički vrh  $M$ . Ako sa  $a$  označimo dužinu stranice kocke, izračunati površinu trougla  $\triangle ABC$  i pokazati da dužina okomice iz tačke  $M$  na ravan  $ABC$  iznosi  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

### Zadatak br. 2

(35%)(a) Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu za dva data kruga.

(65%)(b) Dat je  $\triangle ABC$ . Konstruisati pravu  $p$  paralelnu stranici  $AB$ , tako da bude  $AD + EB = DE$ , gdje je  $D$  tačka presjeka tražene prave  $p$  sa  $AC$ , a  $E$  presječna tačka prave  $p$  sa stranicom  $BC$  datog trougla.

U oba zadatka detaljno sprovesti sve četiri koraka: Analizu, Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju.

### Zadatak br. 3

(40%)(a) Dokazati da je površina pravouglog trougla jednaka proizvodu odsječaka  $p$  i  $q$  na koje u trouglu upisana kružnica dijeli hipotenuzu.

(60%)(b) Dati su krugovi  $k_1(O_1, r_1)$ ,  $k_2(O_2, r_2)$ , ( $r_1 < r_2$ ) i data je prava  $t$ . Konstruisati krug  $k$  koji dodiruje datu pravu i dva data kruga. (Detaljno sprovesti samo Analizu. Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju možete uraditi, ali bodovati će se samo Analiza.)

Zadaci su skinuti sa stranice [ff.unze.ba/nabokov](http://ff.unze.ba/nabokov).  
Za uočene greške pisati na [infoarrt@gmail.com](mailto:infoarrt@gmail.com)