



Univerzitet u Zenici
Filozofski fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 13.10.2014.

Euklidske geometrije II, pismeni ispit, (ispit pisati isključivo hemijskom olovkom plave ili crne tinte)

Zadatak br. 1

(30%)(a) Date su tri duži u prostoru MA , MB i MC ; od kojih je svaka okomita na druge dvije. Ako sa x , y i z redom označimo dužine ovih duži, pokazati da zapremina tetraedra $ABCM$ iznosi $\frac{1}{6}xyz$.

(70%)(a) Ako je površina omotača prave kružne kupe jednaka $\frac{1}{4}$ površini kruga čiji je poluprečnik jednak izvodnici (generatrиси) te iste kupe, pokazati da je odnos između zapremine kupe i zapremine sfere, koja prolazi kroz vrh i bazu (krug) kupe, iznosi $\frac{225}{2048}$.

(Mala pomoć: Ako sa ℓ označimo izvodnicu kupe, sa r poluprečnik baze kupe, sa h visinu kupe, i sa R poluprečnik sfere, prisjetimo se da je $P_{\text{omotača_kupe}} = \pi r \ell$, $V_{\text{kupe}} = \frac{1}{3}r^2 \pi h$, $V_{\text{sphere}} = \frac{4}{3}R^3 \pi$).

Zadatak br. 2

(30%)(a) Date su duži a i b . Nacrtati duž x ako je $x\sqrt{2} + 1 = \frac{\sqrt{3a - a^2}}{\sqrt{b}}$, gdje je $a < 1 < b$.

(70%)(b) Na osnovici datog jednakokrakog trougla konstruisati tačku čija je razlika rastojanja od krakova trougla jednaka datoj duži. (Detaljno sprovesti sve četiri koraka: Analizu, Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju.)

Zadatak br. 3

(40%)(a) Neka su dati krugovi $k_1(O_1, r_1)$, $k_2(O_2, r_2)$ i $k_3(O_3, r_3)$ takvi da k_1 dodiruje krug k_2 u tački P , k_2 dodiruje krug k_3 u tački Q , a k_1 i k_3 nemaju zajedničkih tački. Na pravoj $p(O_1, O_3)$ date su tačke M i N takve da $M \in k_1$, $N \in k_3$ i važi poredak $M - O_1 - O_3 - N$. Neka je $\{T\} = p(O_1, O_3) \cap p(P, Q)$. Dokazati da su trouglovi $\triangle TNQ$ i $\triangle TPM$ slični.

(60%)(b) Dati su krugovi $k_1(O_1, r_1)$, $k_2(O_2, r_2)$, ($r_1 < r_2$) i data je prava t . Konstruisati krug k koji dodiruje datu pravu i dva data kruga. (Detaljno sprovesti samo Analizu (analizu uraditi na taj način da se u tekstu ne pozivate na neki raniji Apolonijev problem). Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju možete uraditi, ali bodovati će se samo Analiza.)

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com