



## Pismeni ispit iz Euklidske geometrije II, (ispit pisati isključivo hemijskom olovkom plave ili crne tinte)

1. (50%)(a) U trougao  $\triangle ABC$  upisan je paralelogram  $\square ADEF$  tako da tjemena  $D$ ,  $E$  i  $F$  leže redom na stranicama  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$ . Kroz središte  $A_1$  stranice  $BC$  konstruisana je prava  $AA_1$  koja siječe pravu  $EF$  u tački  $G$ . Dokazati da je četverougao  $\square BGF D$  paralelogram.

(50%)(b) Pokazati da ako proizvoljni krug koji sadrži tačke  $B$  i  $C$  siječe ivice  $AB$  i  $AC$  trougla  $\triangle ABC$  u tačkama  $B'$  i  $C'$ , onda je duž  $B'C'$  paralelna tangenti na opisani krug trougla  $\triangle ABC$  u tački  $A$ .

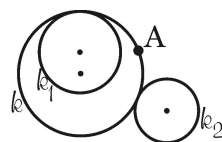
2. (30%)(a) Dat je trougao  $\triangle ABC$  u kome su poznate dvije visine  $AA' = h_a$ ,  $CC' = h_c$  i težišnica  $CC_1 = t_c$ . Na stranici  $BC$  data je tačka  $D$  takva da  $C_1D \perp BC$  i  $C_1D = \frac{1}{2}AA'$ . Diskutovati da li se tačka  $D$  može dobiti kao presjek dva kruga čiji se poluprečnici mogu izraziti preko  $h_a$ ,  $h_c$  ili  $t_c$ .

(70%)(b) U unutrašnjosti datog trougla odrediti tačku iz koje se sve tri stranice vide pod podudarnim uglom.

**Napomena:** Konstruisati figuru podrazumjeva četiri koraka: Analizu, Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju.

3. (30%)(a) Dokazati da je površina pravouglog trougla jednaka proizvodu odsječaka  $p$  i  $q$  na koje u trouglu upisani krug dijeli hipotenuz.

(70%)(b) Dati su krugovi  $k_1(O_1, r_1)$ ,  $k_2(O_2, r_2)$  i tačka  $A$ . Konstruisati krug  $k(O, r)$  koji prolazi kroz tačku  $A$  i dodiruje krugove  $k_1$  i  $k_2$  kao na skici. Detaljno sprovesti samo Analizu (ne koristiti dokaz tipa pozivanja na neki drugi Apolonijev problem, koji je od ranije poznat, nego sve detaljno analizirati). Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju možete uraditi ali bodovati će se samo Analiza.



Zadaci su skinuti sa stranice [pf.unze.ba/nabokov](http://pf.unze.ba/nabokov).  
Za uočene greške pisati na [infoarrt@gmail.com](mailto:infoarrt@gmail.com)