

Zadatak br. 1

a) Nacrtati trougao $\triangle ABC$, ($\beta > \alpha$) i visinu h_c iz vrha C . Tačku u kojoj visina h_c iz vrha C siječe pravu AB označimo sa E . Produžimo stranicu BC preko vrha C , te konstruiši simetralu vanjskog ugla uz vrh C . Tačku u kojoj simetrala siječe pravu $p(A, B)$ označi sa D . Ako je $\frac{1}{2}CD = CE$, odrediti koliko je $\beta - \alpha$.

b) Dokazati da je površina pravougloug trougla jednaka proizvodu odsječaka p i q na koje u trouglu upisana kružnica dijeli hipotenuzu.

c) Dat je krug k sa centrom u tački S i prečnikom AB ($A, B \in k$, $S \in AB$). Na krugu k odrediti tačku C tako da zbir duži $AC + BC$ bude najveći. Odgovor obrazložiti.

d) Neka je k krug koji je opisan oko trougla $\triangle ABC$, $AB < AC$ i neka je tačka N središte luka AC (kojem pripada i tačka B) kruga k . Dalje, neka je M središte duži AC i $P \neq N$ tačka presjeka prave $p(N, M)$ i opisanog kruga. Dokazati da je NP prečnik opisanog kruga.

e) Dokazati da su dva trougla $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ podudarna ako je $c = c'$, $h_c = h_{c'}$ i $t_c = t_{c'}$, gdje su h_c i $h_{c'}$ visine, a t_c i $t_{c'}$ težišnice trougla $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ redom na stranice c i c' .

Zadatak br. 2

U ravni je dato n duži ($n \geq 3$), takve da svake tri od njih imaju zajedničku tačku. Dokazati da postoji tačka zajednička za sve duži.

Zadatak br. 3

Data je transformacija podudarnosti π . Dokazati da su sve tačke prave $\pi(a)$ fiksne tačke transformacije $\alpha = \pi \circ \sigma_a \circ \pi^{-1}$. Na osnovu toga odrediti šta predstavlja transformacija α . Napomena: Fiksna tačka transformacije π je svaka tačka B za koju je $\pi(B) = B$.

Zadatak br. 4

Dat je trougao $\triangle ABC$ i proizvoljna tačka P na krugu opisanom oko tog trougla. Neka su M , N i R redom podnožja normala povučenih iz tačke P na prave $p(A, B)$, $p(B, C)$ i $p(C, A)$. Dokazati da su tačke M , N i R kolinearne.

Zadatak br. 1

a) Nacrtati trougao $\triangle ABC$, ($\beta > \alpha$) i visinu h_c iz vrha C . Tačku u kojoj visina h_c iz vrha C siječe pravu AB označimo sa E . Produžimo stranicu BC preko vrha C , te konstruiši simetralu vanjskog ugla uz vrh C . Tačku u kojoj simetrala siječe pravu $p(A, B)$ označi sa D . Ako je $\frac{1}{2}CD = CE$, odrediti koliko je $\beta - \alpha$.

b) Dokazati da je površina pravougloug trougla jednaka proizvodu odsječaka p i q na koje u trouglu upisana kružnica dijeli hipotenuzu.

c) Dat je krug k sa centrom u tački S i prečnikom AB ($A, B \in k$, $S \in AB$). Na krugu k odrediti tačku C tako da zbir duži $AC + BC$ bude najveći. Odgovor obrazložiti.

d) Neka je k krug koji je opisan oko trougla $\triangle ABC$, $AB < AC$ i neka je tačka N središte luka AC (kojem pripada i tačka B) kruga k . Dalje, neka je M središte duži AC i $P \neq N$ tačka presjeka prave $p(N, M)$ i opisanog kruga. Dokazati da je NP prečnik opisanog kruga.

e) Dokazati da su dva trougla $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ podudarna ako je $c = c'$, $h_c = h_{c'}$ i $t_c = t_{c'}$, gdje su h_c i $h_{c'}$ visine, a t_c i $t_{c'}$ težišnice trougla $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ redom na stranice c i c' .

Zadatak br. 2

U ravni je dato n duži ($n \geq 3$), takve da svake tri od njih imaju zajedničku tačku. Dokazati da postoji tačka zajednička za sve duži.

Zadatak br. 3

Data je transformacija podudarnosti π . Dokazati da su sve tačke prave $\pi(a)$ fiksne tačke transformacije $\alpha = \pi \circ \sigma_a \circ \pi^{-1}$. Na osnovu toga odrediti šta predstavlja transformacija α . Napomena: Fiksna tačka transformacije π je svaka tačka B za koju je $\pi(B) = B$.

Zadatak br. 4

Dat je trougao $\triangle ABC$ i proizvoljna tačka P na krugu opisanom oko tog trougla. Neka su M , N i R redom podnožja normala povučenih iz tačke P na prave $p(A, B)$, $p(B, C)$ i $p(C, A)$. Dokazati da su tačke M , N i R kolinearne.