10.07.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 1

Zadatak br. 1 (20 boda)

a) U četverouglu $\square CRNI$ dijagonale se polove. Ako je $\measuredangle NCR = 85°$ a $\measuredangle ICN = 25°$ izračunati ostale uglove u četverouglu.

b) Trougao $\triangle ABC$ preslikati osnom simetrijom s osom u p (p je proizvoljna prava), a poslije toga novodobijeni trougao rotirati za ugao od $30°$ oko tačke T u negativnom smijeru (T je tačka u vanjskoj oblasti trougla).

c) Dat je paralelogram $\square NESA$ i tačka T u unutrašnjosti tog paralelograma. Ako je $\measuredangle NET = 45°$ i $\measuredangle TSA = 40°$ izračunati ugao $\measuredangle STE$.

d) Kroz datu tačku van date prave konstruisati pravu koja ́je paralelna datoj pravoj.

e) Razlika dva suplementna ugla jednaka je polovini manjeg ugla. Odrediti mjere tih uglova.

Zadatak br. 2 (21 bodova)

Četverougao je konveksan ako i samo ako mu se dijagonale sijeku.

Zadatak br. 3 (21 bodova)

Ako je T sredina duži MN tada je $\sigma_M \circ \sigma_T = \sigma_T \circ \sigma_N$. Dokazati.

Zadatak br. 4 (22 bodova)

Dokazati da je potreban i dovoljan uslov da trougao bude jednakokraki da su mu dvije težišne linije podudarne.

26.06.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 1

Zadatak br. 1 (24 boda)

a) Kroz datu tačku van date prave konstruisati pravu koja će siječi datu pravu pod uglom od $60°$.

b) Dat je trapez $\square PERC$ i tačka T u unutrašnjosti tog trapeza. Ako je $\measuredangle PET = 35°$ i $\measuredangle CRT = 40°$ izračunati ugao $\measuredangle RTE = 40°$.

c) Trougao $\triangle ABC$ rotirati oko vrha S za ugao od $45°$ u negativnom smijeru (S je tačka u vanjskoj oblasti trougla), a zatim novodobijeni trougao preslikati osnom simetrijom s osom u pravoj a (a je proizvoljna prava).

d) U četverouglu $\square CRNI$ dijagonale se polove. Ako je $\measuredangle NCR = 75°$ a $\measuredangle ICN = 30°$ izračunati ostale uglove u četverouglu.

e) Dvije prave se sijeku. Zbir tri od četri nastala ugla iznosi $212°$. Odrediti veličinu svakog od nastalih uglova.

f) Na hipotenuzi AB pravouglog trougla $\triangle ABC$ date su tačke M i N tako da je $AM \cong AC$, $BN \cong BC$ i $A - M - N - B$. Izračunati ugao $\measuredangle MCN$.

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Dokazati da je četverougao konveksan ako i samo ako svaka duž MN pri čemu je $M \in AB$, $N \in CD$ siječe njegove dijagonale.

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Ako je T sredina duži MN tada je $\sigma_M \circ \sigma_T = \sigma_T \circ \sigma_N$. Dokazati.

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Dokazati da većoj stranici trougla odgovara manja težišna linija i obrnuto.

17.04.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 1

Zadatak br. 1 (24 boda)

a) Na hipotenuzi AB pravouglog trougla $\triangle ABC$ date su tačke M i N tako da je $AM \cong AC$ i $BN \cong BC$. Izračunati ugao $\measuredangle MCN$.

b) Prava a sadrži tačke A, B i C tako da je $A - B - C$, a prava B sadrži tačke E, F i G tako da je $E - F - G$. Tačke G i C se nalaze sa iste strane prave $p(B, F)$. Zna se da je $a||b$ i da je tačka S između pravih a i b, tako da je $\measuredangle SFG = 60°$ a $\measuredangle SBC = 50°$. Izračunati $\measuredangle ASF$.

c) U četverouglu $\square CRNI$ dijagonale se polove. Ako je $\measuredangle NCR = 75°$ a $\measuredangle ICN = 30°$ izračunati ostale uglove u četverouglu.

d) Trougao $\triangle ABC$ rotirati oko vrha S za ugao od $20°$ u negativnom smijeru (ugao od $20°$ naći približno tačno, S je tačka u vanjskoj oblasti trougla), a zatim novodobijeni trougao preslikati osnom simetrijom s osom u pravoj a (a je proizvoljna prava).

e) Oko trougla $\triangle EDA$ je opisana kružnica $k(S, r)$ gdje se centar S nalazi unutar trougla. Ako je $\measuredangle ESD = 60°$ i $\measuredangle SDA = 40°$ izračunati $\measuredangle AES$.

f) Kroz datu tačku van date prave konstruisati pravu koja će siječi datu pravu pod uglom od $30°$.

Zadatak br. 2 (20 bodova)

E, F, G i H su četri kolinearne tačke. Ako je $E - F - H$ i $F - G - H$ tada je $E - G - H$. Dokazati isključivo aksiomama incidencije i poretka.

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Ako je T sredina duži MN tada je $\sigma_M \circ \sigma_T = \sigma_T \circ \sigma_N$. Dokazati.

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Koliko najviše stranica konveksnog mnogougla može da bude podudarno sa njegovom najvećom dijagonalom?

19.02.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 1

Zadatak br. 1 (24 boda)

a) U trouglu $\triangle ESU$ su dužine stranica redom 7, 8 i 9. Naći poluprečnik upisane i opisane kružnice u trouglu.

b) Kroz dvije date tačke M i N konstruisati dvije paralelne prave.

c) U četverouglu $\square AMYW$ dijagonale se polove. Ako je $\measuredangle MAY = 35°$ izračunati ostale uglove u četverouglu.

d) Trougao $\triangle ABC$ rotirati oko vrha S za ugao od $60°$ u negativnom smijeru (S je tačka u unutrašnjosti trougla), a zatim novodobijeni trougao preslikati osnom simetrijom s osom u pravoj a (a je proizvoljna prava).

e) Oko trougla $\triangle INE$ je opisana kružnica k. Tačka H je tačka na kružnici koja pripada onoj poluravni u kojoj nije tačka E. Ako je $\measuredangle EHN = 55°$ i $\measuredangle IEN = 70°$ izračunati $\measuredangle INE$.

f) U četverougao $\square HOUS$ čije su dužine stranica $HO = 7\,cm$, $OU = 9\,cm$, $US = 8\,cm$, $SH = 6\,cm$ i $\measuredangle HOU = 60°$ upišite krug (veličine dijagonale uzmite po potrebi).

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Dokazati da prava ne može siječi sve stranice mnogougla sa neparnim brojem stranica.

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Dokazati, ako je $\sigma_A \circ \sigma_s = \sigma_s \circ \sigma_B$ tada je prava s simetrala duži AB.
(Napomena: Zadatak uraditi bez korištenja teoreme da je $\pi \circ \sigma_A \circ \pi^{-1} = \sigma_{\pi(A)}$).

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Iz sredine M osnovice AB jednakokrakog trougla $\triangle ABC$ spuštena je visina MH na stranicu BC. Tačka P je sredina duži MH. Dokazati da je $p(A, H)$ okomita (normalna) na pravu $p(C, P)$.

04.02.2009.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 1

Zadatak br. 1 (24 boda)

a) U trouglu $\triangle ABC$ su date dvije stranice a, c i ugao α. Diskutovati u kojoj relaciji treba da budu stranice a, c i ugao α, da trougao $\triangle ABC$ nije moguće konstruisati.

b) Kroz datu tačku A, koja ne pripada pravoj a, konstruisati pravu koja pravu a siječe pod uglom od $30°$.

c) U četverouglu $\square KONS$ dijagonale se polove pod pravim uglom. Ako je $\measuredangle OKN = 35°$ izračunati ostale uglove u četverouglu.

d) Trougao $\triangle ABC$ rotirati oko vrha B za ugao od $45°$ u negativnom smijeru, a zatim novodobijeni trougao preslikati osnom simetrijom s osom u pravoj $p(A, C)$.

e) Oko četverougla $\square VEPS$ je opisana kružnica. Ako je $\measuredangle SEP = 30°$, $\measuredangle VSP = 100°$ izračunati $\measuredangle VPS$.

f) U četverougao $\square LEMO$ čije su dužine stranica $LE = 7\,cm$, $EM = 9\,cm$, $MO = 8\,cm$, $LO = 5\,cm$ upišite krug (veličine dijagonale uzmite po potrebi).

Zadatak br. 2 (20 bodova)

Neka su A, B, C i D kolinearne tačke. Koristeči isključivo aksiome incidencije i poretka, dokazati da iz $(B - A - C)$ i $(B - A - D)$ slijedi $\neg(C - A - D)$.

Zadatak br. 3 (20 bodova)

Dokazati, ako je $\sigma_s \circ \sigma_A = \sigma_A \circ \sigma_s$ tada je tačka A incidentna sa pravom s.
(Napomena: Zadatak uraditi bez korištenja teoreme da je $\pi \circ \sigma_A \circ \pi^{-1} = \sigma_{\pi(A)}$).

Zadatak br. 4 (20 bodova)

Kroz tačku M - sredinu osnovice AB jednakokrakog trougla $\triangle ABC$ prolazi prava koja siječe prave $p(A, C)$ i $p(B, C)$ u tačkama P i Q, redom, tako da je $(P - M - Q)$. Dokazati da je $PQ > AB$.

17.09.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija 1

Zadatak br. 1 (6 bodova)

a) Oko trougla $\triangle MEN$ je opisana kružnica $k(S, r)$ gdje je S tačka u unutrašnjoj oblasti trougla. Ako je $\measuredangle SME = 72°$, izračunati $\measuredangle MNE$.

b) Kroz tri date tačke konstruisati kružnicu.

c) U rombu $\square EMSN$ je $\measuredangle EMS = 102°$. Izračunati $\measuredangle SEM$.

d) U četverougao $\square NEMS$ je upisana kružnica $k(S, r)$ koja dodiruje stranice četverougla redom u tačkama A, B, C i D. Ako je $AN = BM = SC = 5\,mm$ i $NE = 12\,mm$ izračunati obim četverougla.

e) U četverouglu $\square MESN$ je $ME = NS$ i $MN = ES$. Ako je $\measuredangle EMS = 30°$ i $\measuredangle MNE = 50°$, izračunati ostale uglove u četverouglu.

f) Osnom simetrijom preslikati trougao $\triangle EMN$ s osom u pravoj s koja sadrži tačku M, a zatim novodobijeni trougao rotirati oko tačke E za ugao od $30°$ u negativnom smijeru.

Zadatak br. 2 (4 boda)

Za četiri kolinearne tačke A, B, C, D neka je poredak $A - B - D$ i $B - C - D$. Koristeći isključivo aksiome incidencije i poretka dokazati da je $A - B - C$.

Zadatak br. 3 (4 boda)

Dokazati da je S sredina duži AB ako i samo ako vrijedi $\sigma_A \circ \sigma_S = \sigma_S \circ \sigma_B$.

Zadatak br. 4 (4 boda)

U trouglu $\triangle ABC$ je $AB < AC$. Neka su E, D i H redom tačke u kojima simetrala ugla, težišna linija i visina iz tjemena A sijeku pravu BC. Dokazati da vrijedi $BE < CE$.

03.09.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija I

Zadatak br. 1 (6 bodova)

a) Date su prava p i tačka $A \notin p$. Kroz tačku A konstruisati pravu koja siječe pravu p pod uglom od $30°$.

b) Dijagonale u četverouglu $\square SIDR$ se polove. Ako je $\measuredangle SID = 85°$ mogu li se izračunati dužine stranica četverougla. Ako mogu izračunati ih.

c) Rotirati trougao $\triangle IDR$ oko proizvoljne tačke S za ugao od $60°$ u negativnom smijeru, a zatim novodobijeni trougao preslikati osnom simetrijom s osom u datoj pravoj s.

d) Četverougao $\square UDIN$ je romb, $\measuredangle DIU = 45$ i $DI = 7$. Može li se izračunati obim četverougla. Ako može izračunati ga.

e) U tetivnom četverouglu $\square ABCD$ je $\measuredangle ABC = 100°$. Izračunati ostale uglove četverougla.

f) Oko trougla $\triangle KIH$ je opisana kružnica $k(S, r)$. Ako je $\measuredangle KHI = 55°$ i $\measuredangle SKH = 45°$ izračunati ostale uglove u trouglu.

Zadatak br. 2 (4 boda)

Za četiri kolinearne tačke A, B, C, D neka je poredak $A - B - D$ i $B - C - D$. Koristeći isključivo aksiome incidencije i poretka dokazati da je $A - B - C$.

Zadatak br. 3 (4 boda)

Dokazati da je samo tačka S, $\{S\} = a \cap b$, fiksna tačke transformacije podudarnosti $\pi = \sigma_a \circ \sigma_b$ $(a \neq b)$.

Zadatak br. 4 (4 boda)

Trougao je jednakokraki ako i samo ako su mu dvije težisne linije podudarne. Dokazati.

27.06.2008.

Pismeni ispit iz predmeta Euklidska geometrija I

Zadatak br. 1

a) Konstruisati pravu koja se nalazi na rastojanju $d_1 - d_2$ od date prave (d_1 i d_2 su date duži).

b) Uglovi u trouglu $\triangle KLM$ su $\measuredangle MKL = 51°$ i $\measuredangle KML = 41°$. Tačka N je proizvoljna tačka kružnice koja pripada onom dijelu luka KL u kojoj nije tačka M. Izračunati $\measuredangle KNL + \measuredangle KNM$.

c) U četverouglu $\square RAJE$ dijagonale se polove u tački S. Ako je $\measuredangle EAJ = 35°$, $\measuredangle ASJ = 75°$ i $\measuredangle RJE = 15°$ odrediti ostale uglove četverougla.

d) Data je tačke P, prava p i trougao $\triangle ABC$. Preslikati trougao osnom simetrijom s osom u datoj pravoj p a zatim novonastali trougao rotirati oko tačke P za ugao od $45°$ u negativnom smijeru. Da li je rotirani trougao podudaran sa trouglom $\triangle ABC$.

e) Četverougao $\square VAFI$ ima dva para jednakih i paralelnih stranica. Ako su veličine dijagonala 12 i 10 može li se izračunati obim četverougla. Ako može izračunati ga.

f) U četverougao $\square KONS$ je upisana kružnica. Ako je $KO = 5$, poluprečnik upisane kružnice $r = 6$, dijagonala $SO = 8$ i stranica $SN = 7$ izračunati obim četverougla.

Zadatak br. 2

Koristiti isključivo aksiome incidencije i poretka dokazati da za svake dvije tačke A i B postoji tačka C takva da je $A - C - B$.

Zadatak br. 3

Posmatrajmo transformaciju podudarnosti π koja ima sljedeće osobine $\pi(E) = E$, $\pi(F) = F$ i $\pi(G) = G' : \triangle EFG = \triangle EFG'$. Pokazati šta predstavlja transformacija podudarnosti π.

Zadatak br. 4

Dokazati da većoj visini trougla odgovara manja stranica i obrnuto.