Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 05.09.2012.

Pismeni ispit iz predmeta **Euklidska geometrija I**

Zadatak br. 1

(20%) a) Isključivo aksiomama incidencije i poretka dokazati da dvije različite prave mogu imati najviše jednu zajedničku tačku.

(30%) b) Posmatrajmo skup od pet različitih tački A, B, C, D i E (date tačke nacrtati proizvoljno), i posmatrajmo sve moguće duži dobijene od nacrtanih tački (AB, AC, AD, AE, BC, ..., DE). Obrazložiti da li nacrtana geometrija tj. nacrtane duži zadovoljavaju aksiome incidencije I_1, I_2 i I_3 (naravno u datim aksiomama pojam prava zamjeniti sa pojmom duž). Isto tako obrazložiti da li nacrtana geometrija zadovoljava aksiomu paralelnosti (P),
(P): Za svaku tačku M, i za svaku pravu m, postoji najviše jedna prava koja sadrži tačku M i paralelna je sa pravom m.

(50%) c) Data je realna Dekartova ravan (skup tački $\mathbb{R}^2$ uređenih parova realnih brojeva). Prava u Dekartovoj ravni je podskup tački $P(x, y)$ koje zadovoljavaju linearnu jednačinu $ax + by + c = 0$ gdje su x i y promjenjive. Obrazložiti da li data geometrija zadovoljava aksiome incidencije I_1, I_2 i I_3.

Zadatak br. 2

(30%) a) Dokazati da kompozicija tri osne simetrije ne može biti identitet.

(70%) b) Dokazati da je proizvod tri osne simetrije osna simetrija ako i samo ako sve tri ose pripadaju eliptičnom pramenu pravih.
(Napomena: Eliptičan pramen pravih je skup pravih koje prolaze kroz istu tačku.)

Zadatak br. 3

(20%) a) U oštrouglom trouglu $\triangle ABC$ ($AC < BC$) visina $h_c = CC'$ i simetrala $s = p(C, M)$ ugla γ zaklapaju ugao od $9°$, a simetrale spoljašnjih uglova kod tjemena A i B sijeku se pod uglom od $61°$. Odrediti uglove $\triangle ABC$.

(20%) b) Data je prava a. Konstruisati pravu p koja prolazi kroz datu tačku M koja ne pripada pravoj a, i koja siječe datu pravu a pod uglom od $20°$. (Ugao od $20°$ konstruisti približno tačno.)

(60%) c) Krug k upisan u tupougli trougao $\triangle ABC$ (ugao kod vrha $\measuredangle ABC$ je tup) ima centar u tački I i dodiruje stranice AC i AB redom u tačkama P i Q. Prava $p(C, I)$ siječe duž PQ u tački N. Dokazati da se oko četverougla $\square BINQ$ može opisati krug.