Pismeni ispit iz Analize 3, 03.02.2009.

1. Razviti u Fourierov red u intervalu $(5,15)$ funkciju $f(x)=10-x.$
2. Naći ekstreme funkcije $u=2x^3yz-x^2-y^2-z^2$.
3. Izračunati integral $I=\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\,dy.$
4. Izračunati krivolinijski integral $I=\int_c xy\,dx,$ ako je c dio pozitivno orjentisane kružnice $x^2+y^2=4$ od tačke $A\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ do tačke $B\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$.
5. Izračunati fluks vektorskog polja $\vec{v}=\left(xz,x^2y,y^2z\right)$ kroz vanjski dio površi S sastavljene od paraboloida $z=x^2+y^2,$ cilindra $x^2+y^2=1$ i ravni $z=0.$

Integralni ispit: 1 – 4
Parcijalni ispit: 3 – 5

Pismeni ispit iz Analize 3, 17.02.2009.

1. Ako je data funkcija $u=\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}e^{-\frac{(x-b)^2}{4a^2t}}$, pri čemu su a i b konstante, dokazati da je $\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$
2. Data je funkcija $z=arc\,tg\frac{x+y}{1-xy}$. Izračunati ugao kojeg zatvaraju gradijenti te funkcije u tačkama $A(1,0)$ i $B(2,-1)$.
3. Izračunati trostruki integral $I=\iiint_\Omega z\,dx\,dy\,dz,$ ako je Ω oblast ograničena konusom $z=\frac{h}{R}\sqrt{x^2+y^2}$ i ravni $z=h,\ h>0,\ R>0.$
4. Izračunati površinski integral $I=\iint_S z\,dS$, gdje je S dio sfere $x^2+y^2+(z-3)^2=4$ za koju je $z\le 2$;
5. Izračunati pomoću Stoksove formule ili direktno $I=\oint_c y^2dx+z^2dy+x^2dz$, ako je c kontura trougla ABC, $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,-3)$, prijeđena u pozitivnom smislu.

Integralni ispit: 1 – 4
Parcijalni ispit: 3 – 5

Pismeni ispit iz Analize 3, 22.04.2009.

1. Naći ekstreme funkcije $z = z(x, y)$ koja je data implicitno:
   $x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2 = 0.$
2. Naći izvod funkcije $z = 1 - \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)$ u smjeru normale na elipsu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ u tački $M\left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right).$
3. Izračunati površinu figure koja je određena oblašću $D : \left(x^2 + y^2\right)^2 = 2ax^3,\ a > 0.$
4. Izračunati integral $I = \iiint_\Omega \frac{xyz}{x^2 + y^2} dx\, dy\, dz,$ ako je Ω oblast ograničena dijelom površi $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^2 = a^2 xy$ u prvom oktantu.

Pismeni ispit iz Analize 3, 27.06.2009.

1. Razviti funkciju $f(x) = \frac{3x^2 - 6\pi x + 2\pi^2}{12}$ u red po kosinusima u intervalu $(0, \pi).$
2. Naći tangentnu ravan na površ $x^2 - y^2 - 3z = 0$ koja prolazi kroz tačku $T(0, 0, -1)$ i paralelna je pravoj $a : \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}.$
3. Izračunati krivolinijski integral $I = \int_c \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{y^5}},$ ako je c kontura data u parametarskom obliku $c : x = 8\cos^3 t,\ y = 8\sin^3 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$
4. Izračunati površinski integral
   $I = \iint_S \left(x + e^y \sin z\right) dy\, dz + \left(2y + e^z \sin x\right) dz\, dx + \left(5z + e^x \sin y\right) dx\, dy,$ ako je S vanjska strana zatvorene površi $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^2 = x.$

Pismeni ispit iz Analize 3, 11.07.2009.

1. Ako je $u=\dfrac{1}{r}$, gdje je $r=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}$ $(a,b,c=const)$, izračunati $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}$.
2. Naći ekstreme funkcije $z=\dfrac{(1+x)(1+y)(x+y)}{x^2y^2}$.
3. Izračunati dvostruki integral $I=\iint\limits_D \sqrt{2-x^2-y^2}\,dx\,dy$, ako je D oblast ograničena linijom $\left(x^2+y^2\right)^2=2\left(x^2-y^2\right)$.
4. Izračunati cirkulaciju polja $\vec{v}=\left(\dfrac{2}{\sqrt{y+z}},-\dfrac{x}{\sqrt{(y+z)^3}},-\dfrac{z}{\sqrt{(y+z)^3}}\right)$ duž odsječka prave od tačke $A(1,1,1)$ do tačke $B(2,2,2)$.

Pismeni ispit iz Analize 3, 05.09.2009.

1. Razložiti funkciju $y=x\cos x$ u Fourierov red u intervalu $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$.
2. U kojim tačkama elipsoida $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ normala na elipsoid gradi jednake uglove s koordinatnim osama?
3. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno površi $\left(x^2+y^2+z^2\right)^3=a^2\left(x^2+y^2\right)^2$.
4. Izračunati površinski integral $I=\iint\limits_S (xy+yz+zx)\,dS$, ako je S dio površi $z=\sqrt{x^2+y^2}$ isječen cilindrom $x^2+y^2=2ax\,(a>0)$.

Pismeni ispit iz Analize 3, 19.09.2009.

1. Razviti po Taylorovoj formuli u okolini tačke $A(1,1)$ funkciju $z=x^y$ do članova drugog reda uključivo.
2. Naći uslovne ekstreme funkcije $u=xyz$ ako je $x^2+y^2+z^2=3.$,
3. Izračunati dvostruki integral $I=\iint\limits_D \dfrac{x\,dx\,dy}{x^2+y^2}$, ako je oblast D ograničena parabolom $x^2=2y$ i pravom $y=x$.
4. Izračunati krivolinijski integral $I=\int\limits_c \left(xy-2x^2+3y\right)dx+\left(xy+y^2\right)dy$, ako je c pozitivno orijentisana kontura kružnice $x^2+y^2=2x$.