Pismeni dio ispita iz Analize 3   28.01. 2008.

1. Pokazati da funkcija $z = z(x, y)$ definisana sa $x + y + z = f\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$, gdje je f diferencijabilna funkcija, zadovoljava jednačinu $(y - z)\frac{\partial z}{\partial x} + (z - x)\frac{\partial z}{\partial y} = x - y.$
2. Odrediti ekstreme funkcije: $z = 3\ln\frac{x}{6} + 2\ln y + \ln(12 - x - y).$
3. Izračunati krivolinijski integral $I = \oint_c \left(x^2 + y^2\right)dx + x^2 y dy,$ gdje je c kontura trapeza koga obrazuju prave $x = 0, y = 0, x + y = 1, x + y = 2.$
4. Izračunati površinski integral $I = \iint_S xy^3 z\, dx\, dy$, ako je S vanjska strana sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ u prvom oktantu.

Pismeni dio ispita iz Analize 3   11.02. 2008.

1. Razložiti funkciju $y = x\cos x$ u Fourierov red u intervalu $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$
2. Naći ekstremne vrijednosti funkcije $z = x^3 + xy^2 - 6xy.$
3. Izračunati površinu figure u ravni koja je ograničena krivom $(x - y)^2 + x^2 = a^2, a > 0$.
4. Transformisati integral $I = \int_c \left(y^2 + z^2\right)dx + \left(x^2 + z^2\right)dy + \left(x^2 + y^2\right)dz$ pomoću Stoksove formule u površinski integral.

Pismeni dio ispita iz Analize 3   17.04. 2008.

1. Razložiti funkciju $y = x\sin x$ u Fourierov red u intervalu $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$
2. Ako je $u = \frac{\varphi(x - y) + \psi(x + y)}{x}$, gdje su φ i ψ diferencijabilne funkcije. Pokazati da je $\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 \frac{\partial u}{\partial x}\right) = x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$
3. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno površi $\Omega : \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^3 = \frac{a^6 z^2}{x^2 + y^2}$.
4. Izračunati pomoću Greenove formule integral $I = \int_c (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy,$ ako je c kontura kružnice $x^2 + y^2 = ax$ prijeđena u pozitivnom smislu.

Pismeni dio ispita iz Analize 3   14.06. 2008.

1. Razviti funkciju $f\left(x\right)=\begin{cases} x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1\le x\le 2 \end{cases}$ u Fourierov red po sinusima u intervalu $\left[0,2\right]$.
2. Naći ekstreme funkcije $z=\frac{2}{3}x^3+3y^2+6xy-2x+6y$.
3. Izračunati dvostruki integral: $I=\iint\limits_D\left(x+y\right)dxdy,$ gdje je $D=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\le x+y\right\}$.
4. Izračunati površinski integral $I=\iint\limits_S xyz\, dS$, ako je S dio ravni $x+y+z=1$ u I oktantu.

Pismeni dio ispita iz Analize 3   28.06. 2008.

1. Razviti u Maclaurinov red do članova četvrtog reda funkciju $f\left(x,y\right)=\sqrt{1-x^2-y^2}$.
2. Izračunati izvod funkcije $u=x^2y^2+z^2-3xyz$ u tački $T\left(1,1,2\right)$ u smjeru koji čini s koordinatnim osama uglove $\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}$ i $\frac{\pi}{6}$.
3. Izračunati trostruki integral: $I=\iiint\limits_\Omega z\,dx\,dy\,dz,$ ako je
$$\Omega: y=x, y=2x, 2x=1, x^2+y^2+z^2=1, z\ge 0.$$
4. Izračunati krivolinijski integral: $I=\int\limits_c\left(xy+x+y\right)dx+\left(xy+x-y\right)dy,$ ako je $c: x^2+y^2=3x.$

Pismeni dio ispita iz Analize 3   04.09. 2008.

1. Napisati jednačinu tangentne ravni i normale na površ $2^{\frac{x}{z}}+2^{\frac{y}{z}}=8$ u tački $M\left(2,2,1\right)$.
2. Ako je f diferencijabilna funkcija, provjeriti da li za funkciju $z=\frac{y}{f\left(x^2-y^2\right)}$ vrijedi:
$$\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{z}{y^2}.$$
3. Izračunati cirkulaciju polja $\vec{v}=x\vec{i}+y\vec{j}+\left(x+y-1\right)\vec{k}$ duž odsječka prave između tačaka $A\left(1,1,1\right)$ i $B\left(2,3,4\right)$.
4. Izračunati integral: $I=\iint\limits_D\sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}dx\,dy$, ako je D oblast data sa: $x^2+y^2\le 1, y\ge 0$.

Pismeni dio ispita iz Analize 3 18.09. 2008.

1. Funkciju $f(x,y,z)=2x^3-x^2y+3yz^2+5xy+4xz-3x+y-11$ razviti po Taylorovoj formuli u okolini tačke $(-1,0,1)$.
2. Naći uslovne ekstreme funkcije $u(x,y,z)=x-2y+2z$ uz uslov $x^2+y^2+z^2=1$.
3. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno površima $x^2+y^2+z^2=4$ i $x^2+y^2=3z$.
4. Izračunati površinski integral $I=\iint_S \frac{dS}{\sqrt{1+z}}$, pri čemu je S gornja polovina sfere $x^2+y^2+z^2=a^2$.

Pismeni dio ispita iz Analize 3 18.10. 2008.

1. Razviti funkciju $f(x)=x^3$ u Fourierov red u intervalu $(-\pi,\pi)$.
2. Naći izvod funkcije $u=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ u pravcu njenog gradijenta, ako je $x^2+y^2+z^2=r^2$.
3. Izračunati $I=\iint_D dxdy$, ako je $D: y^2-x^2=1,\ x^2+y^2=4$.
4. Izračunati trostruki integral $I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy\int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dz$.

Parcijalni ispit iz Analize 3, 09.12.2008.

GRUPA A

1. Razviti funkciju $f(x)=\frac{3x^2-6\pi x+2\pi^2}{12}$ u red po kosinusima u intervalu $(0,\pi)$.
2. Ako je $z^3+3x^2+3y^2-3(x+y+z)=0,$ pri čemu smatramo da je $z=z(x,y)$, izračunati $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$
3. Naći jednačinu tangentne ravni elipsoida $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ koja na koordinatnim osama odsjeca jednake pozitivne odsječke.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z=x^2+y^2$ ako je $5x^2+6xy+5y^2=8.$

GRUPA B

1. Razviti funkciju $f(x)=x\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ po sinusima višestrukih uglova u intervalu $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.
2. Ako je $z=e^y\varphi\left(ye^{\frac{x^2}{2y^2}}\right)$, gdje je φ diferencijabilna funkcija, dokazati da je $\left(x^2-y^2\right)\frac{\partial z}{\partial x}+xy\frac{\partial z}{\partial y}=xyz.$
3. Dokazati da tangentne ravni površi $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}$ $(a>0)$ odsjecaju od koordinatnih osa odsječke čiji je zbir jednak a.
4. Naći ekstreme funkcije $z=xy\ln\left(x^2+y^2\right)$.