PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 24.01.2007.

1. Funkciju $f(x) = e^x$ razložiti u Fourierov red po kosinusima u intervalu $(0, \ln 2)$.

2. Naći izvod funkcije $z = \ln(x+y)$ u tački $T(1,2)$ koja leži na paraboli $y = 2\sqrt{x}$ u smjeru te parabole.

3. Izračunati dvostruki integral $I = \iint_K \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}\,dx\,dy$, ako je K oblast ograničena krivom $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

4. Izračunati površinski integral $I = \iint_S y\left(x^2 + z^2\right) dS$, ako je S površ data jednačinom $y = \sqrt{9 - x^2 - z^2}$.

5. Izračunaj fluks (tok) vektora $\vec{v} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$ kroz sferu $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

Integralno: 1. – 4.
II parcijalni: 3. – 5.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 24.01.2007.

1. Data je funkcija $u = x\varphi(x+y) + y\psi(x+y)$, gdje su φ i ψ dva puta diferencijabilne funkcije promjenljive $x+y$. Dokazati da je tada $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

2. Odrediti ekstreme funkcije $z = z(x,y)$ zadane implicitno:

$$2\left(x^2 + z^2\right) + 3\left(2y^2 + 1\right) + 8(xz - y) - 4x = 0$$

3. Izračunati površinu figure u ravni koja je ograničena krivom $(x-y)^2 + x^2 = a^2, a > 0$.

4. Izračunati krivolinijski integral $I = \int_c \sqrt{x^2 + y^2}\,ds$, ako je c luk evolvente kružnice $x = a(\cos t + t\sin t), y = a(\sin t - t\cos t),\ 0 \le t \le 2\pi$.

5. Izračunati pomoću Stoksove formule ili direktno $I = \oint_c y^2dx + z^2dy + x^2dz$, ako je c kontura trougla ABC, $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,-3)$, prijeđena u pozitivnom smislu.

Integralno: 1. – 4.
II parcijalni: 3. – 5.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 14.04.2007.

1. Ispitati da li postoje slijedeći limesi, pa ako postoje izračunati ih:

$$L_1 = \lim_{\substack{x\to 2\\ y\to -2}} \frac{(x-2)^2(y+2)}{(x-2)^2+(y+2)^2} \text{ i } L_2 = \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x-y+x^2+y^2}{x+y}.$$

2. Naći sve ekstreme funkcije $u = x^2y^3z^4$ uz uslov $2x+3y+4z=9$.

3. Izračunati površinu figure u ravni koja je ograničena krivom $(x-y)^2+x^2=a^2, a>0$.

4. Izračunati zapreminu tijela ograničenog površi $(x^2+y^2)^2+z^4=a^3z$.

5. Transformisati integral $I=\int_c (y^2+z^2)dx+(x^2+z^2)dy+(x^2+y^2)dz$ pomoću Stoksove formule u površinski integral.

Integralno: 1. – 4.
II parcijalni: 3. – 5.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 16.06.2007.

1. Razviti funkciju $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1\le x\le 2\end{cases}$ u Fourierov red po sinusima u intervalu $[0,2]$.

2. Data je funkcija $f(x,y)=\arcsin\frac{x}{y}$. Odrediti domen *D* te funkcije i skicirati ga u xOy koordinatnom sistemu, te dokazati da je ta funkcija neprekidna u oblasti *D*, ali da nije ravnomjerno neprekidna u *D*.

3. Izračunati $I=\iint_D x\,dx\,dy$ ako je *D* oblast ograničena linijama

$$x^2+(y-1)^2=1 \text{ i } x+y-2=0.$$

4. Izračunati površinski integral $I=\iint_S (2x+2y+z)\,dy\,dz+(x+2y-z)\,dx\,dz+(x-y+2z)\,dx\,dy$, ako je S vanjska strana površi $|2x+2y+z|+|x+2y-z|+|x-y+2z|=1$.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 30.06.2007.

1. Funkciju $f(x,y)=x^3+xy^2+xy+x+y$ razložiti po Taylorovoj formuli u okolini tačke (1,1).

2. Ako je data funkcija $z=y^{\frac{y}{x}}\sin\frac{y}{x}$, provjeriti da li vrijedi jednakost:

$$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+xy\frac{\partial z}{\partial y}=yz.$$

3. Izračunati krivolinijski integral: $I=\int_c\frac{ds}{\sqrt{x^2+y^2}}$, ako je c odsječak prave od tačke $A(0,-2)$ do tačke $B(4,0)$.

4. Izračunati trostruki integral: $I=\iiint_V\sqrt{z\left(x^2+y^2\right)}dx\,dy\,dz$, ako je $V: x^2+y^2\le x,\ y\ge 0, z\ge 0, z\le 3$.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 07.09.2007.

1. Razviti u Fourierov red funkciju $f(x)=\begin{cases}-2x, -\pi<x\le 0\\ 3x,\quad 0<x\le\pi\end{cases}$ u intervalu $[-\pi,\pi]$.

2. Odrediti ekstreme funkcije: $u=x+\frac{y^2}{4x}+\frac{z^2}{y}+\frac{2}{z},\ x>0, y>0, z>0.$

3. Izračunati površinu figure ograničene linijom $\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=\frac{x}{a}-\frac{y}{b},\ y>0.$

4. Izračunati integral $\int_{(1,-2,2)}^{(3,4,12)}\frac{x\,dx+y\,dy+z\,dz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 21.09.2007.

1. Razviti u Fourierov red funkciju $f(x)=\ln\left|\cos\frac{x}{2}\right|$.
2. Odrediti ekstreme funkcije $z=z(x,y)$ zadane implicitno:
$$2\left(x^2+z^2\right)+3\left(2y^2+1\right)+8(xz-y)-4x=0$$
3. Izračunati površinu figure ograničene linijom $\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=\frac{x}{a}-\frac{y}{b},\ y>0.$
4. Izračunati integral $\int_{(1,-2,2)}^{(3,4,12)}\frac{x\,dx+y\,dy+z\,dz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

PISMENI ISPIT IZ ANALIZE 3, 20.10.2007.

1. Razviti u Maclaurinov red do članova četvrtog reda funkciju $f\left(x,y\right)=\sqrt{1-x^2-y^2}$.
2. Data je funkcija $z=y\varphi\left(x^2+y^2\right)$, pri čemu je $\varphi=\varphi\left(t\right)$ diferencijabilna funkcija promjenljive $t=x^2+y^2$. Provjeriti da li je zadovoljena jednakost: $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{z}{y^2}$.
3. Izračunati površinu krivolinijskog četverougla omeđenog parabolama $y=\frac{x^2}{2}$, $y=\frac{x^2}{3}$, $y^2=2x, y^2=3x$.
4. Izračunati $I=\iiint\limits_{\Omega}\frac{dx\,dy\,dz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+1}}$, ako je $\Omega=\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2\leq 4, y\geq 0, z\geq 0\right\}$.

Parcijalni ispit iz Analize 3, 04.12.2007.

1. Razložiti funkciju $y=\sin\pi^2 x$ u Fourierov red u intervalu $\left[-\pi,\pi\right]$..
2. Data je funkcija $z=arc\,tg\frac{x}{y}$, pri čemu je $x=u+v, y=u-v$. Dokazati da je tada $\frac{\partial z}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial v}=\frac{u-v}{u^2+v^2}$.
3. Odrediti ekstreme funkcije: $u=x+\frac{y^2}{4x}+\frac{z^2}{y}+\frac{2}{z}$, ako je $x>0, y>0, z>0$.
4. Izračunati izvod funkcije $u=xy^2+z^3-xyz$ u tački $T\left(1,1,2\right)$ u smjeru koji čini s koordinatnim osama uglove $\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}$ i $\frac{\pi}{6}$.