Analize III, pismeni ispit, 01.09.2014.

1. Ispitati neprekidnost funkcije $f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 \ln x}{(x-1)^2+y^2}, & (x,y) \neq (1,0) \\ 0, & (x,y) = (1,0) \end{cases}$.

2. Oblast D je ograničena pravama $2x-y=1$, $2x-y=3$, $x+y=-2$ i $x+y=0$. Dati integral $\iint\limits_D xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ izračunati na dva načina:

(a) bez uvođenja smjena promjenjivih; (b) uvođenjem smjena promjenjivih.

3. Izračunati pomoću Stoksove formule (ili direktno) $I = \oint\limits_c y^2\mathrm{d}x + z^2\mathrm{d}y + x^2\mathrm{d}z$, ako je c kontura trougla $\triangle ABC$, $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-3)$, pređena u pozitivnom smislu.

4. (30%)(a) Primjenom formule Gauss-Ostrogradskog izračunati površinski integral druge vrste $\oiint\limits_W (z+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ gdje je W-sfera $x^2+y^2+z^2=R^2$.

(70%)(a) Neka je data funkcija $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Ako je $\vec{r}$ radijus vektor i $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ Laplaceov operator, dokazati da vrijede sljedeće dvije jednkosti

$$\Delta(x\cdot f) = 2\frac{\partial f}{\partial x} + x\cdot\Delta(f), \qquad \mathrm{grad}(f) = \frac{1}{2}(\Delta(\vec{r}\cdot f) - \vec{r}\cdot\Delta(f)).$$

VAŽNO: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka. Ispit pisati isključivo hemijskom olovkom plave ili crne tinte.

Analize III, pismeni ispit, 01.09.2014.

1. Ispitati neprekidnost funkcije $f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 \ln x}{(x-1)^2+y^2}, & (x,y) \neq (1,0) \\ 0, & (x,y) = (1,0) \end{cases}$.

2. Oblast D je ograničena pravama $2x-y=1$, $2x-y=3$, $x+y=-2$ i $x+y=0$. Dati integral $\iint\limits_D xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ izračunati na dva načina:

(a) bez uvođenja smjena promjenjivih; (b) uvođenjem smjena promjenjivih.

3. Izračunati pomoću Stoksove formule (ili direktno) $I = \oint\limits_c y^2\mathrm{d}x + z^2\mathrm{d}y + x^2\mathrm{d}z$, ako je c kontura trougla $\triangle ABC$, $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-3)$, pređena u pozitivnom smislu.

4. (30%)(a) Primjenom formule Gauss-Ostrogradskog izračunati površinski integral druge vrste $\oiint\limits_W (z+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ gdje je W-sfera $x^2+y^2+z^2=R^2$.

(70%)(a) Neka je data funkcija $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Ako je $\vec{r}$ radijus vektor i $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ Laplaceov operator, dokazati da vrijede sljedeće dvije jednkosti

$$\Delta(x\cdot f) = 2\frac{\partial f}{\partial x} + x\cdot\Delta(f), \qquad \mathrm{grad}(f) = \frac{1}{2}(\Delta(\vec{r}\cdot f) - \vec{r}\cdot\Delta(f)).$$

VAŽNO: Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka! Prije rješenja prepisati postavku (tekst) zadatka. Ispit pisati isključivo hemijskom olovkom plave ili crne tinte.

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na *infoarrt@gmail.com*