



Univerzitet u Zenici  
Pedagoški fakultet  
Odsjek: Matematika i informatika  
Zenica, 04.06.2013.

Drugi parcijalni iz predmeta **Analiza III**

1. Izračunati zapreminu tijela ograničenog loptom  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ , cilindrom  $x^2 + y^2 = ax$  i ravni  $0xy$  koji se nalazi u gornjem poluprostoru.

2. Izračunati krivolinijski integral druge vrste

$$I = \oint_C xdy + xdz$$

gdje je  $C$  kriva koja nastaje presjekom cilindrične površi  $x^2 + y^2 = 2x$  i ravni  $z = x$  pozitivno orjentisana ako se posmatra iz tačke  $(0; 0; 1)$ .

3. Izračunati

$$I = \iint_{S^+} \left( \frac{1}{x} dydz + \frac{1}{y} dzdx + \frac{1}{z} dxdy \right)$$

gdje je  $S^+$  spoljašnja strana jedinične sfere (zadatak uraditi bez upotrebe teoreme Gauss-Ostrogradskog - zadatak se i ne može uraditi uz pomoć navedene teoreme zato što ne ispunjavaju sve uslove teoreme).

4. Neka funkcije  $g, h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  ispinjavaju

$$\Delta g(x, y, z) = 0 \quad \text{i} \quad \Delta h(x, y, z) = 0$$

gdje je  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  Laplace-ov operator. Za funkciju  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  datu sa

$$f(x, y, z) = g(x, y, z) + (x^2 + y^2 + z^2)h(x, y, z)$$

izračunati  $\Delta \Delta f(x, y, z)$ .

Zadaci su skinuti sa stranice [pf.unze.ba/nabokov](http://pf.unze.ba/nabokov).  
Za uočene greške pisati na [infoarrt@gmail.com](mailto:infoarrt@gmail.com)