Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 31.01.2013.

Pismeni ispit iz predmeta **Analiza III**

1. Naći ekstreme funkcije $z = (2x^2 + 3y^2)e^{-(x^2+y^2)}$.

2. (a) Dati dvostruki integral $\int\limits_0^R dx \int\limits_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y)\,dy$ iz pravougaonih koordinata transformisati na polarne koordinate.

(b) Dati trojni integral $\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$ transformisati na trostruki u cilindričnim koordinatama (sa određenim posebnim granicama integracije) ako je Ω oblast u prvom oktantu ograničen cilindrom $x^2 + y^2 = R^2$ i ravnima $z = 0$, $z = 1$, $y = x$ i $y = x\sqrt{3}$.

3. Izračunati krivoliniski integral

$$I = \oint\limits_C z\,dz$$

duž krive koja nastaje kao presjek cilindra $\frac{(x-\frac{a}{2})^2}{\frac{a^2}{2}} + \frac{(y-\frac{b}{2})^2}{\frac{b^2}{2}} = 1$ i paraboloida $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ orjentisana u pozitivnom smijeru $(a \geq b > 0)$.

4. Izračunati površinu dijela površi $S : z^2 = 2xy$ određene u prvom oktantu u presjeku sa ravnima: $x = 0$, $y = 0$ i $x + y = 1$.
Uputa: $B(\alpha,\beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\,dx$, $B(\frac{3}{2},\frac{3}{2}) = \frac{\pi}{8}$, $B(\frac{1}{2},\frac{5}{2}) = \frac{3\pi}{8}$.